Физика Гонок

Брайана Бекмана

Физик и член
No Bucks Racing Club
Перевод: Попов Виктор (vlp@sibmail.com)

Введение

Я начал писать этот сборник статей в 1991 году для газеты местного гоночного клуба. Веб тогда ещё только родился, и интернет не был так развит. Тем не менее, я распространял статьи через интернет в то время и они стали достаточно известными, особенно в обществе автокроссеров США. Первые 13 частей были написаны в 1991 году, поэтому они содержат некоторые устаревшие идеи, например использование Scheme для моделирования. Тем не мен, полный сборник статей представлен здесь в первоначальном виде. Возможно, позже я объединю и обновлю этот сборник, но сейчас я нацелен на написание новых статей. Сейчас существуют обсуждения тем, с которыми я буду пристально работать в будущем.

Основная задача этого сборника статей представить свежий взгляд на гоночную физику, который будет понятен технически заинтересованному неспециалисту. Выбранные для статей проблемы имеют разные источники. Часто они заинтересовывали меня при компьютерном моделировании, и так же часто они возникали на соревнованиях. Некоторые из поздних статей содержат много технической информации, но я всегда стараюсь сохранять баланс и добавлять понятные всем абстрактные рассуждения наравне с математическим анализом который может быть интересен только для специалистов. Последний в свою очередь содержит численные результаты доступные всем.

Когда я начал писать сборник я нарочно избегал общепринятый список использованных источников, предпочитая приводить свои собственные рассуждения. В последние десять лет стали доступными много первоклассных источников, книг, статей, программ, которые я стал использовать. Сначала это было забавно, но теперь пришлось переходить в реальность, и поэтому в поздних статьях я ссылаюсь на хорошо известные книги Milliken, Gillespie, Genta и Carroll Smith, а также на бесплатные пакеты моделирования, такие как RARS, TORCS и Racer.

В настоящее время тема гоночного моделирования очень активна, производительность компьютеров достаточно высока для того чтобы проводить предельно подробное моделирования гоночных автомобилей в реальном времени. Например, о реализме игры Grand-Prix Legends в 1991 году нельзя было даже подумать. Несмотря на это развитие, я продолжаю надеется что Физика Гонок будет выполнять свою первоначальную двойную роль связки практического гоночного мастерства и сложной физики, делая физику понятной для гоночных команд и их пилотов.

В заключение я хочу подчеркнуть, что этот сборник статей БЕСПЛАТНЫЙ. Права на эту статью принадлежат мне для предотвращения плагиата. Это означает что я разрешаю всем проводить передачу, использование, перевод, тиражирование в любом виде. Я прошу только не менять текст и содержание статей.

Часть 1. Перераспределение веса

Большинство пилотов рано учатся тому, что балансирование автомобилем важно. Обучение делать это автоматически и последовательно это одна из самых важных частей становления настоящего пилота. В то время как умению балансировать машиной обычно обучают в школах пилотов, логическое обоснование этому обычно не приводят. Это обоснование вытекает из простой физики. Понимание физики пилотирования не только помогает стать более быстрым пилотом, но и позволяет получить больше удовольствия от вождения. Если Вы знаете основные причины того, что должны сделать, вы запомните эти вещи лучше и быстрее начнете использовать все свои умения вместе.

Балансирование автомобилем это управление перераспределением веса с использованием акселератора, тормозов и рулевого управления. Эта статья опишет перераспределение веса. Вы будете часто слышать от инструкторов и пилотов то, что применение тормоза переносит вес в переднюю часть автомобиля и вызывает появление избыточной поворачиваемости. Подобно, ускорение переносит вес в заднюю часть авто, вызывая недостаточную поворачиваемость, а в поворотах вес переносится на внешнюю часть автом разгружая внутренние колеса. Почему вес перемещается в ходе этих маневров? Как может вес перемешаться, когда всё в автомобиле закреплено? Кратко – причина это инерция, которая действует через центр тяжести (ЦТ) на землю. Низкий автомобиль с низко расположенным ЦТ управляется лучше и реагирует быстрее, поскольку перераспределение веса не так сильно влияет на него как на высокую машину.

Оставшаяся часть этой статьи объясняет как инерция и силы сцепления влияют на появление перераспределения веса по законам Ньютона. Статья начинается с простых уравнений, с помощью которых можно посчитать перераспределения веса любой машины зная только её колесную базу, высоту центра тяжести, распределение веса по осям и колею. Эти цифры обычно приводятся в рекламных буклетах и большинстве обзоров автомобилей.

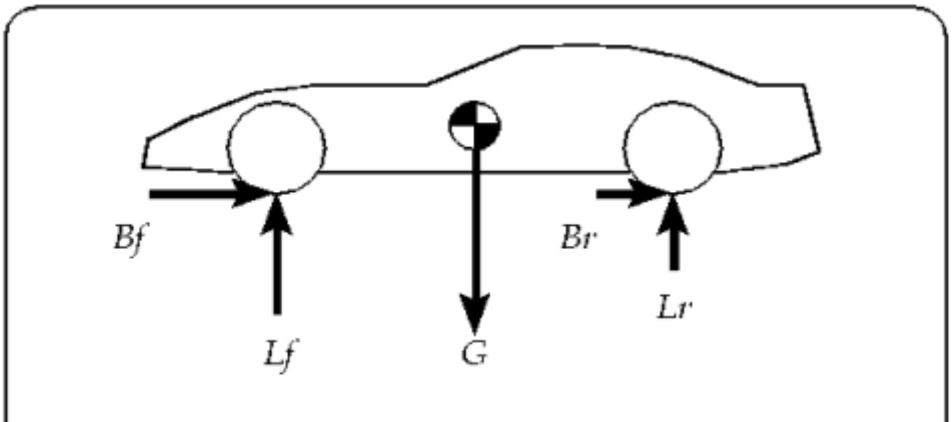
Большая часть из Вас помнит законы Ньютона из школьного курса физики. Это фундаментальные законы, которые применимы ко всем большим телам во вселенной, например, таким как автомобили. В контексте гонок они выглядят так:

Первый закон: автомобиль при прямолинейном движении при постоянной скорости будет сохранять скорость и направление движения пока на него не подействует внешняя сила. Единственная причина по которой автомобиль не находится всегда в состоянии прямолинейного движения с постоянной скоростью это трение – внешняя сила замедляющая автомобиль. Трение есть во взаимодействии шин с дорогой и воздуха с машиной. Свойство машины сохранять прямолинейно движение называется инерция машины и это свойство «привязано» к центру тяжести автомобиля.

Второй закон: Когда на автомобиль воздействует сила, то изменение движения пропорционально силе разделенной на массу автомобиля. Этот закон записывается формулой $F = ma$, где F – сила, m – масса, a – ускорение или изменение движения автомобиля. Большая сила вызывает более быстрое изменение движения, и более тяжелая машина будет реагировать медленнее при приложении силы. Второй закон ньютона объясняет, почему быстрые автомобили мощные, но легкие. Большая величина F и малая величина m позволяют изменять движение автомобиля (a) быстрее.

Третий закон: Любая сила, действующая на автомобиль, например земля, вызывает обратную силу равную по величине, но направленную противоположно. Когда Вы нажимаете тормоз, вы заставляете колеса толкать землю вперед, в это же время земля толкает автомобиль назад, а поскольку колеса закреплены на автомобиле земля толкает автомобиль в противоположном направлении останавливая его.

Давайте продолжим анализировать торможение. Перераспределение веса при ускорении и поворотах это примерно тоже самое. Мы не будем брать в учет такие тонкости как подвеска и деформация колес. Эти вещи очень важны, но вторичны. На рисунке показан автомобиль и силы, действующие при торможении в 1g. 1g означает, что тормозная сила равна весу автомобиля.



A car braking at 1 “gee”

На этом рисунке, черно-белый кружок в центре это ЦТ. G это сила тяжести которая давит автомобиль к центру земли. Это и есть вес автомобиля (вес это другое слово для обозначения силы тяжести). Законы природы, объясненные Альбертом Эйнштейном, таковы что гравитационные силы, такие как инерция, действуют на объект через его ЦТ. Этот факт может быть рассмотрен более подробно, но это объяснение уведет нас слишком далеко от темы перераспределения веса.

Lf это подъемная сила действующая от земли на передние колеса, а Lr это подъемная сила действующая на задние колеса. Эти подъемные силы вполне реальны и действуют так же, как подъемная сила удерживающая самолеты в воздухе. Эти силы держат автомобиль на поверхности земли и не позволяют ему провалится сквозь землю.

Часто мы не замечаем того что земля действуют на объекты, поскольку это слишком обычное явление, но это ключевое явления в динамике автомобиля. Это важно по следующей причине: величина этой силы определяет свойство резины цепляться, а дисбаланс между передней и задней подъемными силами вызывает недостаточную или избыточную поворачиваемость. Рисунок показывает только силы действующие на автомобиль, но там нет сил действующих на Землю и её центр тяжести. Третий закон ньютона указывает на то, что эти силы равны по величине и направлены противоположно, но мы сконцентрируемся на том, как земля и гравитация влияют на автомобиль.

Если автомобиль стоит или движется по инерции, а его распределение веса по осям составляет 50%-50%, тогда Lf по величине будет равна Lr. Сумма Lf + Lr всегда будет равна G – весу автомобиля. Почему? По первому закону Ньютона. Движение автомобиля не изменяется в вертикальном направлении, по крайней мере, до тех пор, пока он не начнет взлетать, поэтому общая сумма всех сил в вертикальном направлении будет равняться нулю. G будет направлена вниз, в противовес Lf и Lr, направленным вверх.

Торможение вызовет увеличение Lf относительно Lr, «зад станет легче» как часто говорят пилоты. Рассмотрим тормозные силы спереди и сзади - Bf и Br на рисунке. Они толкают шины назад, которые в свою очередь толкают колеса, которые в свою очередь толкают элементы подвески, которые в свою очередь толкают назад всю оставшуюся часть автомобиля, замедляя его. Эти тормозные силы действуют на автомобиль на уровне земли, в то время как инерция старается сохранить движение вперед на уровне ЦТ. Таким образом, тормозные силы создают крутящий момент в ЦТ. Представьте, что Вы выдергиваете скатерть из под стоящих на столе чашек и канделябра. Эти объекты будут наклонятся или даже вращаться вокруг собственной оси, это будет проявлено больше для длинных вещей и будет зависеть от того насколько сильно вы будете дергать скатерть. Склонность к вращению автомобиля при торможении физически идентична.

Тормозной крутящий момент действует на автомобиль сходно с тем, как если надавить сверху на переднюю часть автомобиля. До тех пор пока автомобиль не соприкасается с землей только передними колесами, некоторые другие силы противодействуют этому явлению по первому закону Ньютона. Это не может быть сила G, поскольку она направлена из ЦТ. Только подъемные силы могут создавать силу противодействия и единственное решение этой проблемы это увеличение Lf по отношению к Lr. Буквально: земля при торможении толкает сильнее передние шины вверх, удерживая автомобиль от переворота вперед.

Но насколько Lf превышеает Lr? Тормозной крутящий момент пропорционален тормозным силами и высоте ЦТ. Для примера возьмем высоту ЦТ равной 50 см. Противовесный тормозному крутящий момент пропорционален Lf умноженной на половину колесной базы (при распределении веса между осями 50-50) минус Lr умноженной на половину колесной базы (на то время пока Lr помогает тормозным силам перевернуть автомобиль).
Lf выполняет много функций: она должна противостоять крутящему моменту, тормозным силам и подъемным силам на задней оси. Давайте возьмем колесную базу равную 2.5 м. Пока мы тормозим с усилием в 1g, тормозные силы будут равны весу G, допустим 1500 кг. Всё вышесказанное суммируется в следующих уравнениях:

$$1500 \text{ кг} * 0.5 \text{ м.} = Lf * 1.25 \text{ м.} - Lr * 1.25 \text{ м.}$$
$$Lf + Lr = 1500 \text{ кг. (это верно всегда)}$$

При небольшом преобразовании мы можем посчитать следующее:

$$Lf = 750 + (1500 / 5) = 1050 \text{ кг.}; \; Lr = 750 - (1500 / 5) = 450 \text{ кг}$$

Таким образом, при торможении в 1g наш экспериментальный автомобиль получит дополнительных 300 кг нагрузки на передние шины, которые переместятся с задних колес. Делая подобный анализ с более обобщенным автомобилем с высотой ЦТ h, колесной базой w, весом G, распределением веса d (выраженной в доле веса на передней оси) и тормозной силой B, мы можем получить следующее:

$$Lf = dG + Bh / w, \; Lr = (1 - d)G - Bh / w;$$

Эти уравнения могут быть использованы для подсчета распределения веса при ускорении при представлении силы ускорения как обратной силе торможения. Если вы хотитие выяснить силу ускорения полученую скажем от G-сенсора, просто умножьте её на вес автомобиля (второй закон Ньютона). Перераспределение веса в поворотах может быть проанализировано тем же способом, только в этом случае колесная база заменяется на колею, которая всегда равна 50% (не принимая во внимание вес водителя). Те из вас кто имеет инженерную или научную склонность могут получить эти уравнения самостоятельно. Уравнения для автомобиля одновременно поворачивающего и тормозящего гораздо более сложны и для получения требуют некоторых математических приемов.

Теперь Вы знаете, как происходит перераспределение веса. Следующая тема, которая приходит мне в голову это физика сцепления шин, которая объясняет, как перераспределение веса может привести к появлению избыточной или недостаточной поворачиваемости.

Часть 2. Сохранение сцепления резины с дорогой

В статье за прошлый месяц, мы объяснили физику перераспределения веса. Мы объяснили, почему торможение перемещает вес вперед, ускорение перемещает вес назад, а в поворотах вес перемещается в сторону противоположную повороту. Перемещение веса это побочный эффект вызванный тем, что резина старается удержать автомобиль от скольжения в виражах. Мы установили, что торможение в 1g на нашей экспериментальной полуторатонной машине вызовет перемещение 300 килограмм веса с задней оси на переднюю. Объяснения были даны в строгом соответствии с фундаментальными законами Ньютона.

В этом месяце, мы изучим, что заставляет резину цепляться за дорогу и что заставляет её скользить. Мы установим, как Вы можете заставить резину скользить, оказывая на неё слишком большое усилие или путем перераспределения момента при помощи газа, тормоза или рулевого управления. Это справедливо и наоборот, вы можете перевести скольжение, в сцепление обратно, уменьшая усилие или перераспределяя вес. Остальная часть статьи объясняет всё это при помощи физики.

Эти знания в паре с хорошим умением перераспределять вес, могут помочь пилоту предсказать свои действия, чтобы не совершать ошибок, если же Вы совершили ошибку, то эти знания помогут вам её исправить и в целом управлять автомобилем сообразно ситуации на десять десятых. Тацио Нуволари, один из величайших гонщиков мира, говорил, что в любое время за рулем он знал вес на каждом колесе с точностью до нескольких килограммов. Например, во время езды он знал, как нагрузки изменятся, если он отпустит педаль газа или если он повернет руль ещё немного. Его знание физики гонок позволило ему делать точные движения, точно подходящие каждой ситуации и возможно делало его лучше, чем его соперники. Ну и конечно, у него был очень быстрый ум и феноменальные рефлексы.

Я собираюсь попросить Вас сделать некоторые физические эксперименты со мной для того чтобы установить сцепление резины. Вы действительно можете проделать это или только это представить. Сначала, открутите одно колесо от Вашей машины. Если вы серьезный автоспортсмен, у Вас вероятно есть несколько износившихся комплектов в гараже.

Вы можете делать эти эксперименты и с тяжелой коробкой, или другим предметом, который удобней чем шина, но цифры, которые вы получите, нельзя будет применить для шин, хотя принципы измерения и те же.

Взвесьте себя с колесом и без него на бытовых весах. Разница между этими измерениями это вес колеса вместе с покрышкой. В моем случае, он составил 23 кг. (он бы был намного меньше если бы у меня были колеса Jongbloed за 3000$! Спонсоры читают?). Теперь поставьте колесо на землю или стол и толкайте его рукой, пока оно не сдвинется. Толкайте нижнюю часть колеса, чтобы оно не падало.

Вопрос насколько сильно нужно толкнуть колесо, чтобы оно начало скользить? Это можно установить, поместив между рукой и колесом бытовые весы. Такой способ не даст очень точных результатов, но даст результаты достаточные для грубых расчетов. В моем случае на бетонной дорожке перед моим домом я получил значение в 38,5 кг силы. На линолеуме на кухне я получил около 27,2 кг. Что эти цифры значат?

Они означают, что на бетоне моя резина дает мне 38,5/23 = 1,7 g боковой устойчивости до скольжения, а в гонках по линолеуму (гм!) у меня будет только 1,2 g. Мы только что изучили физику сцепления своими голыми руками. Тот факт, что резина сопротивляется скольжению до определенного предела, называется явлением сцепления. Если бы вы могли посмотреть на взаимодействие резины и дорожного покрытия через микроскоп, вы бы увидели множество соприкосновений между длинными сжатыми, перекрученными, согнутыми молекулами резины и молекулами бетона, это и вызывает эффект сцепления. Разработчики резины при детальных исследованиях изучают резину на этом уровне.

Я был сильно удивлен тем, что у меня есть возможность проходить повороты с 1.7g в автокроссе. Перед тем как провести этот эксперимент, я ожидал получить цифру менее 1g. Эту невероятную цифру в 1.7g точно невозможно получить в реальных условиях, но она является доказательством невероятных достижений в разработке шин в наши дни. Тридцать лет назад инженеры считали что для резины невозможно получить величину в 1g. Это привело к разным выводам и, например, предполагалось, что дрегстеры не смогут развить скорость быстрее 320 км/ч на дистанции в четверть мили: они говорили, что можно достичь $\sqrt{2ax}$ = 319,55 км/ч если двигаться с ускорением 1g все 402 метра дистанции. В наши дни в дрег рейсинге, из соображений безопасности, пытаются сохранять скорость машин ниже 480 км/ч, а топ-фуел драгстеры сейчас стартуют с ускорением более 3g.

Для второго эксперимента, попытайтесь измерить ваше колесо с дополнительным грузом. Я использовал пару гантель перебросив их привязанными на веревке через центр колеса. Это дало мне общий вес в 40,8 кг. Для того чтобы сдвинуть колесо на бетоне теперь мне потребовалось 68 кг. Те же 1.7g.

Мы установили фундаментальный закон сцепления: сила необходимая для скольжения шины пропорциональна весу поддерживаемому колесом. Когда ваше колесо стоит на машине, вы не можете сдвинуть машину, по той простой причине, что давите недостаточно сильно.

Сила необходимая для скольжения шины называется предел сцепления шины. Этот закон в математической форме выглядит так:

$$F \le \mu W$$

Где F – сила с которой резина сопротивляется скольжению, μ – коэффициент трения или коэффициент сцепления, и W - это вес вертикальной нагрузки на пятно контакта. F и W имеют размерность силы (не забываем что вес - это сила тяжести), а μ - это просто число, коэффициент пропорциональности. Это уравнение показывает, что боковые силы приложенные к шине могут противодействовать скольжению, пока они меньше или равны μW. Таким образом μW это максимально возможная сила при которой обеспечивается сцепление. Часто говорят, что можно добиться определенного бокового ускорения. Мы можем преобразовать силу сцепления в ускорение в g её делением на W, то есть на вес машины. Таким образом, μ измеряется в g.

Коэффициент сцепления если быть точным не константа. В реальных условиях многие факторы могут привести к уменьшению коэффициента сцепления хорошей резины до величины примерно в 1.1g. Это могут быть деформации шины, работа подвески, температура, давление в покрышке и т.п. Тем не менее, закон пропорциональности работает и в этом случае. Теперь Вы знаете, что в повороте, при торможении или ускорении на пределе, предел сцепления резины может быть превышен из-за перераспределения веса и разгрузки колеса. Что может привести к переходу покрышки от сцепления к скольжению.

В действительности, переход от сцепления к скольжению на современной хорошей резине плавный. Когда говорят о предсказуемой резине, подразумевают, что покрышка срывается в скольжение плавно, при увеличении нагрузки, давая пилоту возможность скорректировать свои действия. Старые, жесткие покрышки, в общем, дают меньше предсказуемости, чем новые мягкие. Низкопрофильная резина менее предсказуема, чем резина с высоким профилем. Слики также менее предсказуемы, чем обычная резина. Но это очень большие обобщения и каждая резина должна рассматриваться индивидуально. Некоторые покрышки настолько непредсказуемы, что срываются в скольжение без каких-либо предупреждений, что может привести пилота к развороту на трассе. Предсказуемая резина гораздо удобней для вождения и позволяет получить гораздо больше удовольствия на трассе.

Вождение, чувствуя задним местом («Driving by the seat of your pants») означает чувствительность к малейшим изменениям в боковых перегрузках, торможении и ускорении, что дает знать о том, что одно или более колес находятся на пределе сцепления. Вы можете почувствовать эти изменения буквально задним местом, но также можете почувствовать изменения и на руле или услышать их по изменению звука издаваемого резиной. В общем, резина пищит (squeak), когда приближается к пределу, визжит (squeal) на пределе и пронзительно визжит (squall) за пределом. Я считаю, что звук резины очень информативен и всегда мне помогает за рулем.

Итак, для того чтобы всегда держать ваши покрышки в сцеплении с дорогой необходимо помнить что ускорение приводит к уменьшению предела сцепления передних колес, и увеличению предела сцепления задних колес и наоборот, при торможении наблюдается обратный эффект. В поворотах же больше сцепления появляется на внешних колесах, а на внутренних предел сцепления снижается. Эти явления появляются вследствие воздействия на сцепления фактора перераспределения веса автомобиля. В заключении, плавное управление автомобилем позволяет сохранять сцепление резины с дорогой в нужное время. Это одно из основных правил при управлении автомобилем, хотя это конечно легче сказать, чем делать. В следующих статьях мы используем полученную информацию для расшифровки понятий недостаточной и избыточной поворачиваемости и настроек машины.

Глава 3. Основные расчеты

В последних двух статьях мы узнали о двух относительно общих явлениях: перераспределении масс и сцеплении резины. В этом месяце мы обсудим некоторые основные измерения и размерности, необходимые для расчетов. В конечном итоге мы получим уравнения достаточные для компьютерного моделирования автомобиля. Уравнения должны быть получены такими, чтобы расчеты были достаточно быстрыми для компьютерной игры – симулятора. В итоге, задача этих статей - это показать, как можно построить подобную игру на обычном компьютере с использованием таких языков программирования как C или BASIC, или возможно даже на моем любимом языке LISP. Всё это сочетается с духом сборника статей PHoRS, по причине того что многие физические явления сейчас исследуются с использованием компьютеров. Разработка программ и программирование это ключевые навыки современного физика, настолько, что некоторые из нас проводят за компьютером всё своё время.

Физика – это наука измерений. Возможно вы слышали о крайне абстрактных областях физики, например таких как теория относительности и квантовая механика, в которых на первом месте стоит математика, но в наших теориях на первом месте стоят лабораторные опыты ну конечно или в нашем случае - гоночные заезды. Все математические величины должны быть измеряемыми. В гонках основными величинами являются расстояние, время и масса.

В этом месяце мы рассмотрим основные уравнения, которые позволят нам делать быстрые расчеты в уме между заездами. Очень полезно развивать навыки быстрого расчета величин, и я Вам покажу почему.

Уравнения, в которые не входит параметр, масса, называются кинематическими. Первое уравнение кинематики связывает скорость, время и расстояние. Если машина движется с постоянной скоростью или ускорением V, тогда расстояние d которое она преодолеет за время t, будет $d = Vt$. Это уравнение вводит понятие скорости и ничего более.

Давайте посмотрим на несколько небольших примеров. Как далеко будет машина отстающая на одну секунду (одну десятую, две десятых и т.д.)?

На скорости 25 км/ч за одну секунду мы передвигаемся примерно на 6,5 метров, или на полтора корпуса машины такой как Corvette последней модели. Так на скорости 50км/ч, секунда это 3 корпуса машины, а на скорости 100 км/ч – 6 корпусов. Если в автокроссе вы отстаете на 1 секунду (или вы настолько хорошо водите что можете обогнать остальных на столько же) вы теряете примерно 3-6 корпусов! Это рассчитывается из средней скорости в автокроссе 50-100 км/ч.

Каждый раз когда Вы ошибаетесь или Вас сносит немного в сторону просто представьте соперника обгоняющего Вас на корпус. Это одна из причин по которой автокросс это очень сложный для пилота спорт. Если Вы вылетели в одном повороте в гонке вы должны потратить несколько кругов чтобы это исправить, а чтобы победить сильных соперников в автокроссе нужно пилотировать почти идеально. Обычно побеждает тот пилот который делает меньше ошибок!

Следующее кинематическое уравнение касается ускорения. Так получается что расстояние которое преодолевает машина при постоянном ускорении составляет $D = 0{,}5at^2$ Как это уравнение может помочь нам при расчетах в уме? Обычно мы измеряем ускорение в g. 1g составляет 9,8м/с^2. Мы не должны брать километры и часы здесь. Преобразуем немного наше уравнение и получим d (метры) = 4.9a (g) * t^2 (секунды). Таким образом автомобиль ускоряющийся с места при 0,5g за первую секунду преодолеет около 5 метров. Не очень много! Но тем не менее скорость будет возрастать очень быстро и за вторую секунду машина преодолеет уже 20 метров.

Только чтобы доказать Вам что это реально давайте ответим на вопрос «За какое время машина проедет 402м двигаясь с ускорением 0,5g?» Мы преобразуем вышеуказанное уравнение и получим:

$$t = \sqrt{d/4.9a}$$

И если мы в это уравнение подставим цифры то получим

$$t = \sqrt{402/2.45}$$

Что составляет около 13 секунд. Не такое уж и сумасшедшее время! Реальные машины не способны сохранять ускорение 0,5g на всем протяжении 402 м по причине наличия сопротивления воздуха и уменьшения крутящего момента на высших передачах. Это объясняет почему спортивные машины проезжают четверть мили за 14-15 секунд.

Более интересный результат это факт что для преодоления первых 5 метров нужна целая секунда. Отсюда следует вывод что старт очень важен в автокроссе. При чрезмерной пробуксовке, которая «крадет» ускорение Вы можете потерять целую секунду прямо на старте. Просто представьте что ваши соперники стоят на 10 метров ближе к финишу.

Для того чтобы быстро делать вычисления в уме полезно помнить несколько корней. $8^2 = 64$, $10^2 = 100$, $11^2 = 121$, $12^2 = 144$, $13^2 = 169$ и так далее. Тогда вы сможете брать корни в уме с достаточной точностью.

Наконец, давайте посмотрим как крутящий момент становится силой на колесах и превращается в итоге в ускорение. Для этого нам нужно знать что такое масса автомобиля. Любая физическая формула в которой учитывается масса называется динамической в противовес кинетическим. Давайте допустим что у нас есть Corvette который весит 1500 кг и проивзодит 45 кгс на коленчатом вале. АКПП этой машины имеет передаточное число первой передачи 3.06. Трансмиссия это ничто иное как просто система круглых вращающихся рычагов (circular rotating levers), а передаточное отношение это коэффициент преобразования крутящего момента. Так, на выходе из трансмиссии мы будем иметь 3,06 * 45кгс = 137,7 кгс крутящего момента.

Дифференциал это следующий «преобразователь», в случае Corvette здесь коэффициент будет составлять 3.07, передавая 422,7 кгс в центр колес (это очень большой крутящий момент!). Расстояние от центра колеса до земли около 13 дюймов или 33 сантиметра. Так максимальная сила которую двигатель может приложить к земле в направлении назад (вызывая силу отталкивания от земли действующую на автомобиль в направлении вперед, вспомните 1 главу!) на первой передаче составит 422,7кгс / 0,33м =1281 кгс. В состоянии покоя, автомобиль имеет распределение веса около 50/50, то есть около 725 кг нагрузки на заднюю ось. Вы должны помнить из предыдущей статьи которая касалась сцепления что резина не может передать в поперечном направлении силу много большую чем вес который действует на колесо. Колесо просто будет буксовать если вы нажмете газ до конца, прилагая к ней усилие в 1281 кгс.

Теперь мы видим почему важно нажимать на газ нежно при старте. В самые первый момент старта ваша цель сделать так чтобы двигатель создал на пятне контакта силу около 725 кг. Если вы всё сделаете правильно то шины завизжат только на очень небольшой отрезок времени. Таким образом это даст Вам 725 кг силы толкающейв направлении вперед то есть исходя из формулы F = ma придаст автомобилю ускорение около 0,5g или половины веса автомобиля. Главная причина из за которой машина будет разгонятся с ускорением только в 0,5g это половина веса на передних колесах, которая не увеличивает сцепление ведущих задних колес. Но на старте произойдет немедленный перенос части веса назад. Вспоминая 1 часть опять, можно рассчитать что после старта примерно 145 кг переместится назад и тогда вы можете передать колесам немного больше силы плавно нажимая газ. Через секунду или около того Вы можете нажать газ до упора заставляя работать двигатель на полную.

На заднеприводных автомобилях перенос веса действует так что увеличивается нагрузка на ведущую ось. На переднеприводных автомобилях перенос веса действует против ускорения и поэтому вы должны действовать с педалью газа очень аккуратно если имеете много мощности. На полноприводном автомобиле все колеса работают прилагая силу к покрытию и это теоретически лучший вариант.

Люди близкие к технике называют такие расчеты расчетам «на обратной стороне конверта» (back of the envelope) что означает что-то вроде записи уравнений и цифр на любом кусочке бумаги который попался под руку. Вы можете делать это без калькулятора или каких либо других устройств. Вы можете делать это в гараже. Такие расчеты не очень точны, но дают вам грубый результат который отличается не более чем на 10 или 20% от реальной силы или ускорения. Теперь вы тоже знаете как делать расчеты на обратной стороне конверта.

Глава 4. Центробежной силы не существует

Часто можно услышать словосочетание «центробежная сила». Это ощутимая сила которая отбрасывает наружу при прохождении поворота. Если в машине что-то останется незакрепленным этот предмет немедленно полетит направо в левом повороте и наоборот. Возможно у Вас был опыт как однажды у меня. Я забыл выкинуть пустую банку Пепси, валяющуюся под пассажирским сиденьем и во время достаточно агрессивной езды эта банка полетела через салон и вылетела через пассажирское окно в центре крутого левого поворота.

Я попытаюсь донести до Вас в этой части что центробежная сила это фикция - следствие явления впервые отмеченного более трех сотен лет назад Ньютоном, заключающегося в том что тела стремятся сохранить прямолинейное движение до тех пор пока на них не подействует сторонняя сила.

Когда Вы поворачиваете рулевое колесо, вы пытаетесь заставить передние колеса сдвинутся на дороге немного вбок, это толкает их назад согласно третьему закону Ньютона. Когда дорога толкает колесо назад это придает машине некоторое боковое ускорение. Ускорение пропорционально поперечной силе и обратно пропорционально массе автомобиля согласно второму закону Ньютона. Боковое ускорение на передних колесах заставляет автомобиль немного менять направление в сторону, то есть делает то, что вы хотите сделать поворачивая колесо. Если вы будете поворачивать и двигаться с постоянной скоростью то попадете в конце концов в то место из которого стартовали. Другими словами Вы будете двигаться по окружности. Когда вы проходите поворот Вы двигаетесь по части окружности.

Если вы ещё немного повернете рулевое колесо вы поедете по окружности с меньшим радиусом и поперечная центростремительная сила должна будет увеличиться. Если вы будете ехать по окружности с тем же радиусом, но быстрее: необходимая для этого сила опять должна будет увеличится. Если вы попытаетесь ехать по окружности слишком быстро то будет достигнут предел сцепления, колеса начнут просто скользить не цепляясь за дорогу, и машина не будет поворачивать. Из вышесказанного мы можем увидеть что для того чтобы повернуть например направо, сила направленная направо должна действовать на автомобиль так чтобы автомобиль менял направление движения от прямолинейного. Если сила остается постоянной автомобиль будет двигаться по окружности. Относительно автомобиля сила всегда будет направлена направо. Относительно земли сила будет направлена в центр окружности. С этой точки зрения сила будет постоянна по величине, но направление будет изменяться всегда указывая на геометрический центр окружности. Эта сила называется центростремительной.

Точка зрения «на земле» более предпочтительна поскольку остальные тела с этой точки отсчета не испытывают инерционных сил. Физики называют такую точку - инерциальная система отсчета. Силы измеренные в инерциальной системе отсчета более точны чем измеренные внутри двигающейся машины. Силы измеренные внутри машины будут подвергаться влиянию центростремительной силы. Внутри машины все объекты, такие как пилот и др., будут испытывать тенденцию к сохранению движения по прямой. На пилота будет действовать центростремительная сила через сиденье и ремни. Если у Вас нет хорошей боковой поддержки или ремней Вас будет сдвигать вбок и вы будете хвататься за органы управления для того чтобы на Вас действовала центростремительная сила.

Я затратил много времени для того чтобы преодолеть привычку хвататься за руль для того чтобы остаться на месте. Я выяснил что пятиточечные ремни очень помогают преодолеть эту ненужную привычку. С ними я больше не нуждался в том чтобы дополнительно фиксировать своё тело в процессе езды и я мог концентрироваться на том чтобы пилотировать плавно и быстро. В качестве результата я стал больше использовать руль и рычаг переключения скоростей для управления и для переключения скоростей, а не для того чтобы удержаться в кресле.

Силы которые испытывает водитель и другие тела в машине это центростремительные силы. Термин «центробежная сила» относится к инерционной склонности тел противостоять центростремительной силе и сохранять движение по прямой. Если центростремительная сила будет постоянной по величине, центробежная склонность тел тоже будет постоянной. Нет такого понятия как центробежная сила, хотя это и удобная абстракция нужная для расчетов.

Давайте точно рассчитаем какое боковое ускорение необходимо для того чтобы автомобиль двигался со скоростью V по кругу с радиусом r. Мы сможем потом преобразовать ускорение в силу через второй закон Ньютона и понять как быстро мы можем двигаться по кругу до того как достигнем предела сцепления, или другими словами определим максимальную скорость прохождения поворота. Для этого, для Вас будет полезно нарисовать несколько схем «на обратной стороне конверта»

Представим очень короткий промежуток времени, намного короче секунды. Назовем его dt (d означает «дельта», эту букву математики используют чтобы обозначить очень небольшое возрастание величины). За время dt мы продвинемся вперед на расстояние dx и вбок на расстояние $\underline{ds}$. Продольная (направленная вперед) составляющая скорости машины будет приблизительно $v = dx/dt$. В начале интервала dt машина не будет иметь поперечной скорости. В конце интервала автомобиль будет иметь поперечную скорость ds/dt. За время dt автомобиль таким образом должен изменить боковую скорость на ds/dt. Ускорение - это изменение скорости за определенный промежуток времени, поделенный на этот промежуток времени. Таким образом боковое ускорение это:

$$a = \frac{ds}{dt}\frac{1}{dx}$$

Как ds связано с радиусом окружности r? Если мы продвинемся на часть радиуса круга f, мы должны сместиться и вбок на ту же часть dx для того чтобы остаться на окружности. Это означает что $ds = f\,dx$. Часть f это ничто иное как dx/r.С учетом этого мы получим отношение:

$$ds = dx\frac{dx}{r}$$

Мы можем подставить ds из этой формулы в формулу ускорения и с учетом того что $v = dx/dt$ мы получим окончательный результат:

$$a = \frac{ds}{dt}\frac{1}{dx} = \frac{dx}{dt}\frac{1}{r} = \frac{v^2}{r}$$

Это уравнение просто численно выражает то что мы написали сверху: то что ускорение (и сила) необходимая для того чтобы сохранять движение по окружности увеличивается с увеличением скорости и с уменьшением радиуса. Правда здесь следует добавить то что ускорение увеличивается на квадрат скорости. Это означает что центростремительная сила действующая на ваши шины в повороте сильно зависит от скорости.

Таблица далее показывает максимальную скорость которой можно достичь в поворотах с различным радиусом и с различным укорением. Таблица показывает отношение величин в выражении

$$3.6\sqrt{9.8a(g)r(метры)}$$

которое является решением уравнения $a = v^2/r$ для скорости v . коэффициент преобразования 3.6 преобразует скорость из м/с в км/ч, а 9,8 ускорение из м/с^2 в единицы g. Мы рассказывали об этих коэффициентах преобразований в главе 3.

Ускорение	Радиус, метры				
g	**15**	**30**	**45**	**60**	**150**
0.25	22	31	38	44	69
0.5	31	44	53	62	98
0.75	38	53	65	76	120
1	44	62	76	87	138
1.25	49	69	85	98	154
1.5	53	76	93	107	169
1.75	58	82	100	115	183
2	62	87	107	123	195

Для автокросса колонки 15 и 30 метров и строка 1g нужны чаще всего. Таблица показывает что для того чтобы достигнуть боковое ускорение в 1g необходимо в повороте с радиусом 15 метров (такие повороты в автокроссе встречаются чаще всего) ехать со скоростью 44 км/ч. Для того чтобы достигнуть скорости в 49 км/ч необходимо достичь боковое ускорение в 1.25g что лежит за пределами резины применяемой в автокроссе. Разница между 44 и 49 км/ч относительно невелика, но эта разница обычно приводит от контролируемого пилотажа к развороту.

Абсолютно быстрейший способ пройти поворот это быть немного за пределом в контролируемом скольжении на выходе из поворота . Для того чтобы делать это нужно направлять автомобиль так, чтобы в тот момент когда колеса начнут скользить к выходу из поворота автомобиль был направлен так чтобы оказаться на оптимальной траектории в момент «зацепления». Можно плавно добавлять газ в маневре и эффективно выходить из поворота, но вы должны это делать очень плавно. Для того чтобы научится этому нужно потратить очень много времени. Возможно всю свою жизнь чтобы сделать этот навык идеальным. Я не представляю как можно скользить к выходу в очень длинных поворотах кроме как на коротком отрезке на выходе. Если кто нибудь знает как это сделать на всём протяжении длинного поворота (Айртон Сенна возможно?) скажите мне!

Хорошее упражнение в управлении автомобилем это двигаться по кругу отмеченному конусами или мелом и плавно увеличивать скорость пока автомобиль не начнет скользить. Если первыми начнуть скользить передние колеса это называется недостаточная управляемость, если первыми начнут скользить задние колеса это называется избыточная поварачиваемость. Вы можете использовать эту информацию для настойки машины. Конечно вы это должные делать в безопасных местах, на специальных автодромах или ваших личных парковках. Полицейский с радостью оштрафует вас если поймает за этим занятием не в том месте.

Глава 5. Введение в гоночную траекторию

В этом месяце мы проанализируем лучшую траекторию прохождения поворота. «Лучшая» означает наиболее быстрая, с наивысшей средней скоростью. Мы спрашиваем «как траектория прохождения поворота может дать лучшее время?» и «какое будет время прохождения по другим траекториям внутри или снаружи поворота?» Давая ответы на эти вопросы мы собираемся ответить на вопрос «какой формы поворот должен быть для того чтобы между любыми траекториями не было разницы?» Ответ будет немного неожиданным.

Анализ представленный здесь наиболее простой который я мог провести, но всё равно он достаточно сильно усложнен. Мои расчеты прошли более чем через 30 шагов прежде чем я получил ответ. Не беспокойтесь, я не собираюсь провести Вас через всю математику. Я лишь набросаю общий вид проведенного анализа, стараясь сфокусироваться на основных принципах. Любой кто сможет прочитать анализ проведенный через 30 формул вероятно сам сможет получить те же результаты.

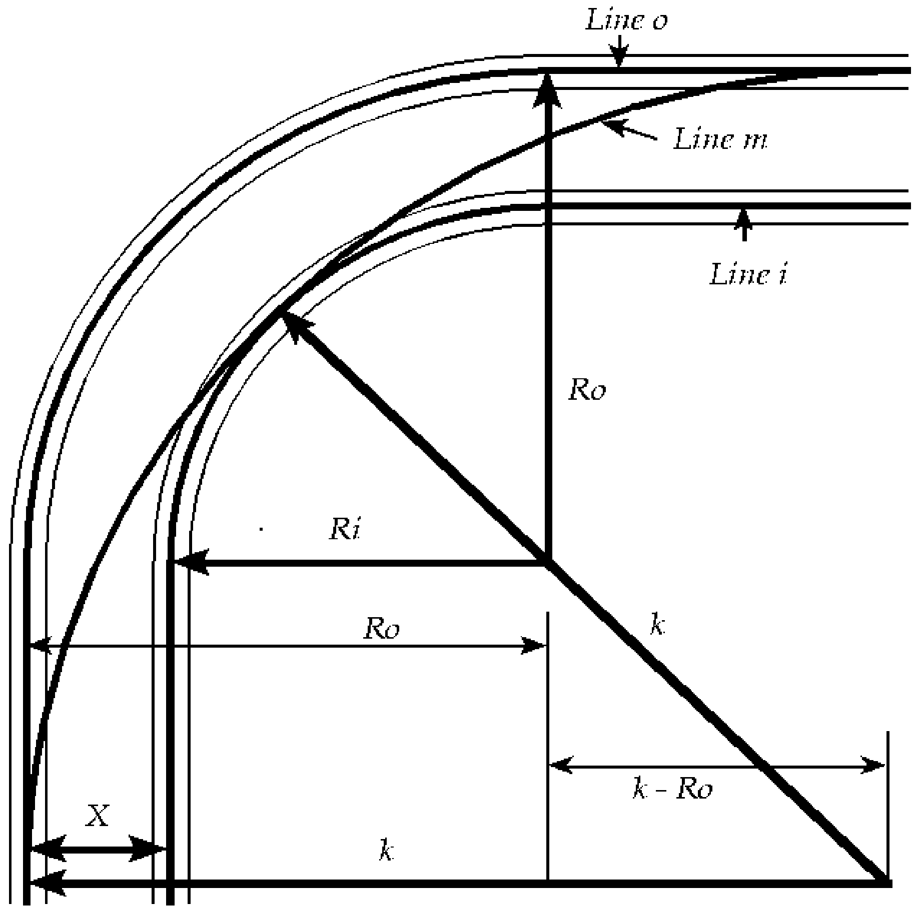
Для упрощения проведенного анализа я сделал несколько допущений . Первое: я выбрал отдельный поворот, абстрактную часть трассы. На самом деле наилучшая траектория зависит от того что находится до поворота и что находится после него. Обычно стараются получить большую скорость на выходе если за поворотом следует прямая. Вы можете не использовать оптимальный апекс если за поворотом идёт следующий поворот. Вы можете заходить по неоптимальной траектории если поворот представляет собой связку или шикану.

Обсуждая гоночные трассы можно услышать что пилоты говорят вещи наподобие «в этом повороте надо делать так, чтобы в повороте шесть оказаться на траектории хорошей для входа в поворот 10 и выхода на заднюю прямую». Другими словами они обсуждают последовательные действия в во всех точках трэка. Лучшие пилоты представляют траекторию целиком для всей трассы и рассматривают траекторию трассы а не отдельных поворотов. Первоначально, при обучении, вероятно лучший способ оптимизировать траекторию это рассматривать каждый поворот в отдельности, потом переходить к комбинациям в два-три-четыре поворота и т.д.

Реальный трек не очень подходит для анализа при помощи математики. Другими словами хотя наука и может дать основные принципы и некоторые трюки, нахождение лучшей линии на практике - это исскуство. Для меня это одна из наиболее интересных сторон гонок.

Другое упрощение которое я сделал это то что машина может ускоряться, тормозить или поворачивать с постоянной скоростью с резкими переходами от одного состояния к другому. Таким образом траектории которые я проанализировал состоят из отрезков разгона, торможения и поворачивания. Реальная машина может и должна делать эти действия одновременно с плавными переходами между фазами. Фактически возможно сделать точный математический анализ с более реалистичным поведением с плавными переходами, но такой анализ будет гораздо более сложным и в то же время он не будет намного более точным.

В итоге мы взяли 90 градусный правый поворот.



Этот рисунок представляет собой семейство поворотов с постоянной шириной, любым радиусом и короткими прямыми до и после поворота. Сначала мы проведем полный анализ с поворотом радиусом 25 метров и шириной 10 метров. Затем мы закончим анализ установлением времени прохождения поворотов с различными радиусом и шириной.

Давайте зададим следующие параметры
r = 25 м. – радиус поворота по центральной линии;
W = 10 м – ширина трассы
r_o = 30 м. - внешний радиус $r + 0.5W$
r_i = 20 м - внутренний радиус $r - 0.5W$

Когда мы будем проходить этот поворот мы должны оставаться на трассе, иначе мы получим большой штраф за сбитые конусы (или выскочим на гравий). Проще всего (но не так реалистично) провести анализ с траекторией центра масс автомобиля, а не с траекторией по которой проходит каждое колесо. Мы ввели понятие эффективная трасса, более узкая чем реальная, по ней мы сможем провести центр масс автомобиля

w = 2 м. – ширина автомобиля
R_o = 29 м – эффективный внешний радиус $r_o - 0.5w$
R_i = 21м. – эффективный внутренний радиус $r_i + 0.5w$
X = 8м - эффективная ширина трассы

Траектории на рисунке показаны линиями радиусов с метками.

Из последней части мы знаем что для постоянной величины центростремительного ускорения максимальная скорость увеличивается как квадрат радиуса. Так, если мы будем пилотировать по самому большому радиусу начинающемуся снаружи входа проходящему через центр поворота (апекс) и выходящему на внешнюю часть последующей прямой мы сможем достичь максимальной скорости в повороте. Такая траектория показана на рисунке тонким радиусом и помечена «Line m». Это упрощенное представление классической гоночной траектории в повороте. Траектория *m* касается достигает вершины (имеет апекс) в геометрическом центре круга, несмотря на то что классическая гоночная траектория имеет апекс после геометрического центра поворота – поздний апекс. Поздний апекс используется поскольку он предполагает что мы будем ускорятся из поворота и будем следовать непрерывно увеличивающемуся радиусу на выходе в противовес меньшему радиусу на входе. Но мы будем анализировать именно такую геометрически совершенную траекторию поскольку она относительно простая. На рисунке также показаны внутренняя траектория «Line i» которая начинается с внутренней части на прямой проходит по внутренней части поворота и выходит на внутреннюю часть прямой после поворота и внешняя траектория «Line O» которая начинается на наружной части прямой, в повороте следует по внешнему радиусу и выходит на внешнюю часть прямой следующей за поворотом.

Кто то может утверждать что внутренняя траектория имеет определенные преимущества перед траекторией *m*. Внутренняя траектория определенно короче чем траектория *m* и хотя по ней мы будем проходить поворот медленнее мы будем проходить меньшую дистанцию что приведет к выигрышу времени. Ещё мы можем ускоряться на коротком отрезке перед поворотом и на всем протяжении на выходе из поворота в то время как по траектории *m* мы будем двигаться с постоянной скоростью. Давайте рассчитаем сколько времени займет прохождение поворота по траектории *i* и *m*. Мы включили траекторию *o* для полноты картины, даже несмотря на то что она и медленней и длиннее чем траектория *m*.

Допустим максимальное центростремительное ускорение составляет 1.10 g, что вполне достижимо для шин применяемых в автокроссе. Скорость прохождения поворота в таком случае будет следующая:

Внутренняя траектория *i* – V_i = 54 км/ч
Внешняя траектория *o* – V_o = 64 км/ч
Оптимальаня траектория *m* – V_m = 82 км/ч

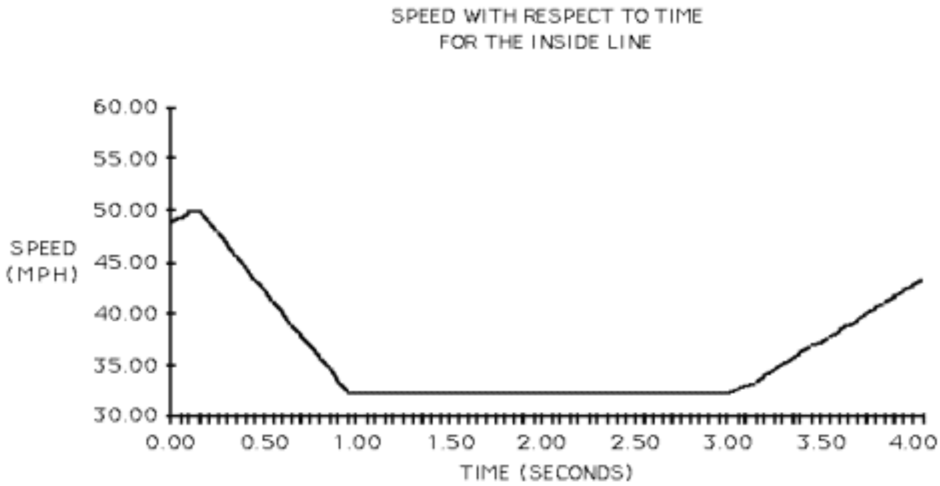
Траектория *m* целиком представляет собой равномерное движение при прохождении поворота и здесь можно легко посчитать время затраченное на преодоление отрезка трассы если знать радиус K. Геометрические расчеты привели к формуле:

$$K = 3.414\ (R_o - 0.707\ R_i) = 48\ м.$$

И время прохождения по траектории m составит:

$$t_m = \frac{3.6K(\pi/2)}{V} = 3.3 сек.$$

По траектории *i* мы будем некоторое время ускорятся, затем тормозить пока не достигнем скорости 54 км/ч на которой возможно пройти поворот, ну и после прохождения поворота мы опять будем ускорятся на выходе. Давайте допустим, для того чтобы сравнение было более справедливым, что у нас есть стробоскоп в начале и конце траектории *m* и мы можем стартовать на скорости 82 км/ч, на той скорости на которой мы можем пройти поворот по траектории *m*. Давайте также допустим, что автомобиль может разгонятся с ускорением в 0,5g и тормозить с замедлением 1g. При таких допущениях траектория *i* на графике *x-t* будет выглядеть следующим образом:



Поскольку стартуем мы с ускорения мы будем ехать некоторое время быстрей чем по траектории *m*. Затем мы будем вынуждены резко тормозить до 54 км/ч (33 mph) для того чтобы войти в поворот и хотя мы и будем ускорятся на выходе мы не сможем достичь скорости 82км/ч. (51 mph) Но мы не будем принимать в расчет скорость на выходе, а только время прохождения отрезка. Используя график скорости приведенный выше мы можем рассчитать время для траектории *i*, которое составит 4.08 сек. Траектория *i* оказывается медленней на 0,9 секунды. В автокроссе такие разрывы во времени более характерны для прохождения всей дистанции, но тут анализ показал что мы можем потерять столько времени в одном простом повороте. В таком случае движение по траектории *i* неприемлемо. Кстати время прохождения по траектории *o* составит 4.24 секунды.

Что если поворот будет меньшего или большего радиуса? Следующая таблица показывает время прохождения поворота с шириной трассы W = 10м.

Радиус, м	**10**	**14**	**18**	**23**	**27**	**29**
t_o, с	3,99	4,06	4,15	4,24	4,35	4,38
t_i, с	3,94	3,94	4,00	4,08	4,17	4,21
t_m, с	2,64	2,83	3,01	3,18	3,34	3,39
Разница, с	1,30	1,11	1,01	0,90	0,83	0,82

Траектория *i* никогда не будет быстрее траектории *m*, хотя при увеличении радиуса разница во времени будет уменьшаться. Изменение разницы предсказуемо, поскольку повороты с бОльшим радиусом длиннее и выигрыш в скорости между траекториями *m* и *i* будет уменьшаться. Разница больше для крутых поворотов, поскольку в них ширина относительно длинны будет гораздо больше и разница в скорости будет возрастать.

А что насчет разной ширины трассы? Таблица далее показывает время прохождения поворота радиусом 22 м.

Ширина, м	**3**	**9**	**15**	**21**	**27**
t_o, с	2,68	4,24	5,47	6,50	7,41
t_i, с	2,62	4,08	5,32	6,45	7,51
t_m, с	2,46	3,18	3,77	4,27	4,73
Разница, с	0,16	0,90	1,55	2,18	2,79

Большая ширина трассы приведет к большей разнице во времени. Это опять предсказуемо посикольку по более широкой трассе радиус прохождения по траектории m будет большим, даже в крутых поворотах. Отметим что траектория o будет быстрее на очень широких трассах. Эта разница появляется по причине того что разница в скорости будет очень большая на широких трассах. Но наиболее важен тот факт что траектория m быстрей на 0,16 секунды даже на трассе которая шире машины всего на 1 м. Становится понятна важность выражения «используйте всю ширину трассы».

Глава 6. Скорость и мощность

Заголовок в этом месяце состоит из двух слов близких сердцу каждого гонщика. В этом месяце мы сделаем некоторые расчеты «на обратной стороне конверта» для того чтобы изучить физику скорости и мощности (принцип расчетов «на обратной стороне конверта» рассмотрен в главе 3).

Сколько мощности необходимо для того чтобы ехать с определенной скоростью? Физик может ответить «нисколько», поскольку он помнит первый закон Ньютона, который гласит: «Тело будет двигаться прямолинейно и равномерно пока на него не подействует внешняя сила». Любой знает, что для того чтобы машина ехала с постоянной скоростью нужно держать нажатой педаль газа. Нажатие на педаль газа означает, что Вы заставляете двигатель создать некоторую силу толкающую дорогу назад, тем самым вызывая ответную силу толкающую автомобиль вперед. Из автомобильного журнала мы знаем несколько цифр. Например последняя модель Corvette имеет максимальную скорость 240 км/ч и мощность 240 л.с. Это означает что если вы будете постоянно держать нажатой педаль газа до упора и использовать все 240 л.с. вы сможете разогнаться до 240 км/ч и ехать с такой скоростью постоянно. На этой машине вы сможете разогнаться до 100 км/ч примерно за 6 секунд (если не будете допускать пробуксовки), до 160 км/ч примерно за 15 секунд и до 240 км/ч примерно за минуту.

Всё это на первый взгляд противоречит первому закону Ньютона. В чём же дело? Автомобиль двигающийся прямолинейно с постоянной скоростью по дороге фактически подвергается действию ряда сторонних сил которые пытаются его замедлить. Если бы этих сил не было автомобиль двигался бы с постоянной скоростью вечно, как и предполагал Ньютон. Двигатель создает силу направленную в обратном направлении которая и уравновешивает силы замедления. Когда автомобиль двигается с постоянной скоростью равнодействующая сила которая равна разгоняющие силы минус замедляющие силы будет равна нулю.

Наиболее важная внешняя замедляющая сила это сопротивление воздуха. Вторая важная сила это трение между колесами и землей, т.н. сопротивление качения. Обе эти силы называются сопротивление потому что они всегда действуют в направлении противоположном движению, куда бы автомобиль не ехал. Ещё один физический эффект который замедляет автомобиль это внутреннее трение в силовом агрегате, трансмиссии и ступичных подшипниках. Поскольку они имеют внутреннее действие они не могут замедлить автомобиль. Хотя они могут толкать колеса назад, которые в свою очередь толкают землю вперед, тем самым по 3 закону Ньютона толкая автомобиль назад и замедляя его. Внутренние силы трения направлены в обратном направлении внешним ответным силам, что заставляет автомобиль немного тормозить, вызывая замедление. Итак, Вселенная и Ньютон в порядке, всё работает как и должно работать.

Насколько велики силы сопротивления и какую роль играет мощность? Физика сопротивления воздуха это очень сложная область, которая энергично развивается в настоящее время. Большинство исследований проводится в аэрокосмической отрасли, которая технологически очень близка автомобильной отрасли, особенно когда дело касается гонок. Мы рассмотрим арифметику и составим таблицу которая будет показывать сколько мощности необходимо для поддержания постоянной скорости. Тем кого может стошнить от этой всей математики лучше всего просмотреть следующие несколько параграфов бегло.

Мы не можем получить уравнения для сопротивления воздуха в этой книге. Давайте просто взглянем на них. Мой источник это «Гидродинамика» Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица, двух выдающихся Русских физиков. Они дали нам следующие формулы для примерных подсчетов:

$$F = \frac{1}{2} C d A \rho v^2$$

Где:

Cd – коэффициент лобового сопротивления, коэффициент зависящий от формы автомобиля, и определяемый экспериментально;

A – поперечное сечение автомобиля, для Corvette составляет примерно 1,85м^2

ρ – плотность воздуха, будет рассчитана ниже

v – скорость автомобиля

Рассчитаем плотность воздуха используя методы расчета «на обратной стороне конверта». Мы знаем что воздух состоит примерно из 79% азота и 21% кислорода. Азот имеет молекулярный вес 28, кислород 32. Что такое молекулярный вес? Это масса (не вес!) 22.4 л газа. Это число просто единица измерения, вроде килограмма или метра и не имеет физического смысла. Так рассчитаем что воздух имеет средний молекулярный вес:

$$\frac{79\% \text{ из } 28 + 21\% \text{ из } 32 = 28{,}84 \text{ г.}}{22{,}4 \text{л.}} = 1{,}29 \text{г/л}$$

Признаюсь для этих расчетов я использовал калькулятор, что противоречит духу расчетов «на обратной стороне конверта», можете меня казнить.

Это означает что кубический метр воздуха весит 1.3 кг, и так и есть! Воздух гораздо более тяжелый чем это кажется если не ехать с очень большой скоростью.

Заполним наше уравнение для лобового сопротивления воздуха.

$$F = \frac{1}{2} 0.3(Cd) 1.85(A) 1.29 v^2 = 0.0358 v^2$$

Рассчитаем несколько цифр. Таблица далее содержит значения силы лобового сопротивления для некоторых значений скорости

V (км/ч)	**25**	**50**	**100**	**150**	**200**	**250**
F (кг)	1,7	6,9	27,6	62,2	110,5	172,6

Из таблицы видно что сила лобового сопротивления воздуха быстро возрастает с увеличением скорости и на скорости 250 км/ч нужно будет преодолевать силу сопротивления воздуха в 170 кг. Теперь мы можем рассмотреть откуда берется мощность.

Мощность это физический термин. Он характеризует количество произведенной работы. Работа в свою очередь это результат действия силы. Работа это другой технический термин который можно рассчитать как произведение массы на перемещение. Если передвинем тело на 1 м применив силу в 1 кг то можно сказать что мы сделали работу в 1 кг*м. Если это у нас займет одну секунду то можно сказать что мощность составила 1кг*м в секунду. Лошадиная сила это 75 кгс *м/с.

Можно потратить 1 л.с. перемещая 75 кг на один метр за одну секунду или перемещая 1 кг на 75 метров за одну секунду, или перемещая 1 кг на 1 м за 0,013 секунды и т.д. Все эти действия потребуют одинакового количества мощности. 1 лошадиная сила равна 735 ваттам. Так если вы включите 8 лампочек дома, кто-то где-то разовьет мощность в одну лошадиную силу (хотя более вероятно это будет 4 или 5 л.с.) в электрическом выражении и будет поддерживать такую мощность до тех пор пока вы будете оплачивать квитанции в конце месяца.

Все эти рассуждения нужны для того чтобы определить сколько лошадиных сил потребуется для того чтобы преодолеть силу сопротивления воздуха на заданной скорости. Для этого нам надо силу сопротивления умножить на скорость и поделить на 75 (коэффициент преобразования из кгс*м/с в л.с.):

$$P = \frac{0.0358}{75} v^3$$

На основе этой формулы построим таблицу

Скорость, км/ч	**50**	**90**	**110**	**150**	**200**	**240**	**320**
Сила сопротивления, кг	7	22	28	62	110	159	283
Мощность, л.с.	1	7	14	35	82	141	335

Я взял 90 и 110 км/ч для того чтобы показать почему ограничение скорости экономит бензин. На скорости 90 км/ч требуется только 7 л.с. для того чтобы преодолеть силы сопротивления воздуха, в то время как на скорости 110 км/ч потребуется уже 14 л.с. Расход бензина же примерно пропорционален вырабатываемой мощности.

Гораздо более интересно для гонщиков следующее. 140 л.с. требуется для автомобиля чтобы преодолевать силу лобового сопротивления на скорости 240 км/ч. Мы знаем что наш Corvette с такой максимальной скоростью имеет мощность 240 л.с., таким образом около 100 л.с. будет расходоваться на преодоления сопротивления качения и сил внутреннего трения. Гоночные машины способные разгоняться до 320 км/ч обычно имеют мощность 650 л.с., около 350 из которых идет на преодоление сил лобового сопротивления воздуха. Вероятно возможно разогнаться до такой скорости на машине с 450-500 л.с., но такая машина должна иметь очень хорошую аэродинамику, очень низкие потери на внутреннее трение и резину с низким трением качения, которые делают с наименьшим пятном контакта, то есть не лучшим вариантом для хорошей управляемости.

Глава 7. Запас сцепления.

В этом месяце мы рассмотрим запас сцепления. Такой способ рассмотрения сцепления применим для управления машиной в различных условиях. Он может помочь принять решение при изучении стиля пилотирования, правильной траектории на трассе и выявлении проблем с управляемостью Мы рассмотрим визуализацию запаса сцепления при помощи диаграмм и будем комбинировать их с хорошо известным инструментом визуализации кругом сцепления или как его ещё называют кругом трения. Итак, эта глава об инструментах концептуального и визуального рассмотрения физики гонок.

Для введения в понятие запас сцепления сначала мы должны представить покрышку на контакте с дорогой. Рисунок 1 показывает как может выглядеть поверхность на нижней части покрышки если смотреть сверху. Другими словами рис. 1 показывает «рентгеновское видение» пятна контакта покрышки. В оставшейся части этой главы мы будем рассматривать покрышку именно с такой точки зрения. Верх диаграммы будет указывать направление вперед, низ диаграммы соответственно будет соответствовать направлению назад.

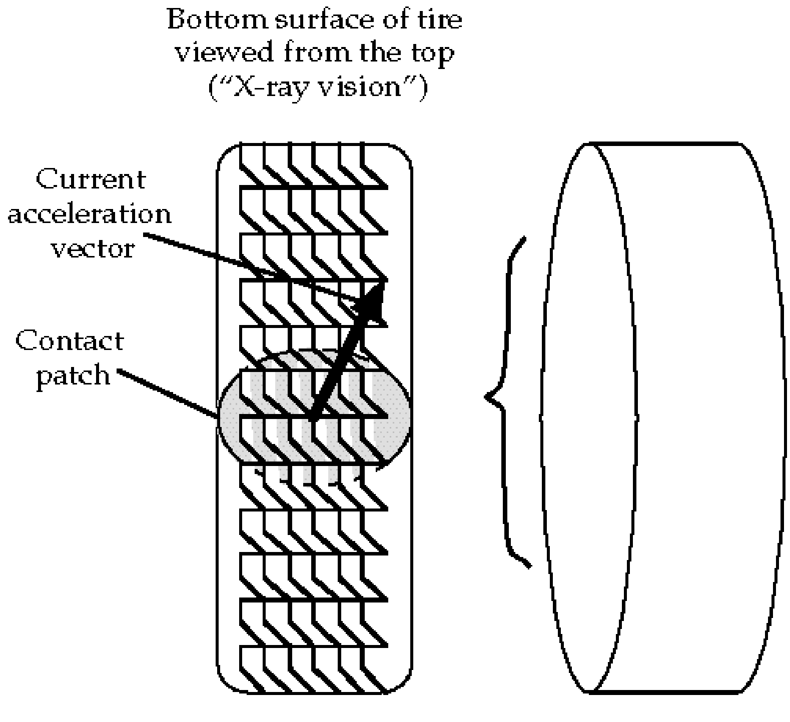


Figure 1: The bottom surface of a tire viewed from the top as though with "X ray vision."

Рис. 1 Нижняя поверхность покрышки показанная как через «рентгеновское зрение» На рисунке показан затемненный эллипс, где покрышка давит на землю Всё взаимодействие покрышки и дороги происходит в этом эллипсе – пятне контакта. Во время вращения колеса один ряд молекул резины за другим попадает в пятно контакта, но пятно всегда более или менее сохраняет свою форму, размер и положение относительно оси вращения покрышки и автомобиля в целом. Мы можем использовать неподвижность пятна контакта для упрощения представления взаимодействия покрышки с дорогой. Это упрощение позволит нам производить примерные расчеты быстрей, проще и с хорошей погрешностью не превышающей нескольких процентов (полный математический анализ потребует рассмотрения системы координат которые вращаются вместе с колесом в то время как система координат дороги стоит на месте, а система координат машины двигается. Это потребует введения множества формул для описания связей между этими системами координат, и оставшиеся несколько процентов погрешности будут стоить очень большого усложнения расчетов).

Вы помните что силы действующие от земли на покрышку заставляют автомобиль менять скорость или направление движения. На «рентгеновском снимке» силы направленные вверх будут заставлять автомобиль ускорятся, силы направленные вниз – замедляться, силы направленные вправо и влево будут заставлять автомобиль изменять направление движения. Рассмотрим ускорение. Двигатель создает крутящий момент и прикладывает его к оси. Этот момент становится силой направленной назад (вниз на диаграмме), эту сила через колесо передается на дорогу. По третьему закону Ньютона возникает ответная сила направленная противоположно, то есть вперед (вверх) и действующая на пятно контакта. Эта ответная сила и разгоняет автомобиль. Помните что надо брать в расчет только силы на колесе и игнорировать силы указывающие в обратном направлении и приложенные к земле.

Вы также помните что покрышка имеет ограниченную способность прилипать к земле. Если сила приложенная к покрышке будет слишком большая то покрышка просто начнет скользить. Максимальная сила которую покрышка может воспринять зависит от веса приложенного к ней: $F \leq \mu W$, где F – сила на покрышке, μ – коэффициент сцепления, W – вес или нагрузка на колесо.

Согласно второму закону ньютона , вес на колесе зависит от доли массы автомобиля которую это колесо должно поддерживать и ускорения силы тяжести (9,8м/с^2). Доля массы автомобиля которую должно поддерживать колесо это геометрический параметр, такой как колесная база или высота центра тяжести. Она также зависит от величины и направления ускорения автомобиля которые воздействуют на перераспределение веса.

Важно разделять геометрический или кинематический аспект перераспределения веса от массы автомобиля. Давайте представим две машины с одинаковой геометрией, но разной массой (весом). При торможении в 1g одинаковая доля веса автомобиля переместится вперед. В примере в главе 1 мы рассчитали, что это будет 20% веса, поскольку высота центра тяжести автомобиля в примере составляла 20% от колесной базы. Доля перераспределенного веса в 20% будет одинаковая и на 1,6 тонном Corvette и на 800 кг корче Corvette с трубчатым каркасом. Поскольку геометрические параметры (колесная база, высота центра тяжести итп) будут одинаковыми доля перенесенного веса будет одинаковая, а реальная величина перенесенного веса в кг будет различаться.

Отделяя кинематику от массы мы получим для веса уравнение $W=f(a)mg$ где $f(a)$ это доля веса на колесе с учетом перераспределения масс, m – масса автомобиля и g – ускорение свободного падения.

И наконец, согласно второму закону ньютона ускорение колеса под воздействием силы F будет $a = F/f(a)m$. Мы можем объединить эти выражения для того чтобы получить нужный вывод.

$$a = \frac{F}{f(a)m} \leq a_{\max} \qquad a_{\max} = \frac{\mu W}{f(a)m} = \frac{\mu f(a)mg}{f(a)m} = \mu g$$

Максимальное ускорение которое может развить колесо будет μg, и это постоянная величина которая не зависит от массы автомобиля! Максимальная сила передаваемая колесом будет зависеть от текущего веса на этом колесе, но максимально возможное ускорение от веса зависеть не будет. Если резина может обеспечить ускорение в 1g до того как начнет буксовать то это будет справедливо как для легкой так и для тяжелой машины. Кроме того максимальное ускорение в 1g будет доступно как на загруженном так и на разгруженном колесе. Мы отметили это в главе 2, но вышеприведенный анализ, надеюсь, дал лучшее понимание этого вопроса. Отметим что a_{max} будет постоянной только в первом приближении поскольку μ будет немного меняться в зависимости от веса на колесе, но это явление «второго порядка» и оно будет рассмотрено в дальнейших главах.

Итак, при приблизительных расчетах мы можем рассматривать максимально доступное ускорение резины независимо от перераспределения веса. Резина даст столько G сколько сможет. Это основа для понятия «запас сцепления». Что вы будете делать с этим запасом это ваше дело. Если у вас стоит резина которая может дать 1g вы можете использовать её для разгона, торможения, поворотов или различных комбинаций этих действий, но вы не сможете использовать больше сцепления чем есть у вас в запасе поскольку при достижении максимально возможного ускорения резина начнет скользить. Продольная составляющая (вперед-назад) запаса сцепления измеряется разгоном и торможением а поперечная составляющая (вправо-влево) измеряется ускорением поворота. Продольная составляющая ускорения, назовем её a_y складывается с поперечное составляющей a_x не простым сложением а по теореме Пифагора.

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

С этой формулой не очень удобно иметь дело, гораздо удобней для наглядного представления запаса сцепления использовать круговую диаграмму сцепления. На рис. 2 изображен круг. Он имеет ту же ориентировку что и схема «рентгеновского видения» пятна контакта колеса в рис. 1, то есть верх - это направление вперед, право - это направление вправо. Круговая граница представляет собой предел запаса сцепления, а каждая конкретная точка внутри круга показывает как вы расходуете свой запас. Точка у самого верха представляет собой чистое ускорение, точка внизу будет представлять чистое торможение. Точка у правой границы без поперечного компонента будет представлять собой чистое боковое ускорение. Другие точки представляют собой комбинации поворотов, торможения и разгона.

Особая прелесть такого представления состоит в том что эффект переноса веса здесь исключен, поэтому круг никак не изменится при изменении нагрузки на колесо.

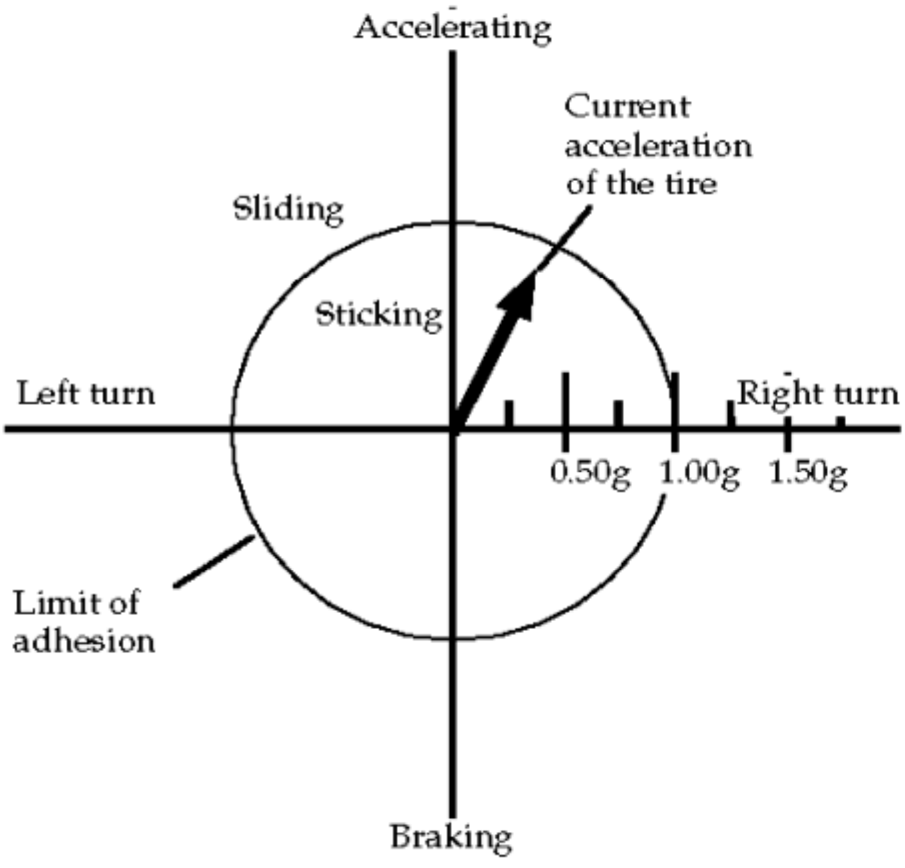


Figure 2: The Circle of Traction

Рис. 2 Круговая диаграмма сцепления

В гонке, мы, естественно, стараемся расходовать запас так чтобы оказываться близко к пределу. При повседневной езде мы пытаемся держаться внутри круга так чтобы нам было доступен ещё сцепление на непредвиденные ситуации.

Я должен выделить что круговая диаграмма запаса сцепления только примерно представляет реальное положение дел. Этого достаточно чтобы сделать компьютерную симуляцию которая будет выглядеть очень правдоподобно. Как упоминалось изменение нагрузки на колеса даст небольшие изменения сцепных свойств резины. Характеристики машины тоже вносят некоторые изменения. Представим автомобиль с с плохой (скользкой) резиной сзади и хорошей (цепкой) резиной спереди. Такая машина будет иметь избыточную поворачиваемость и её запас сцепления не будет выглядеть как круг. На рис. 3 показано как будет выглядеть запас сцепления для всей машины целиком (до этого мы обсуждали отдельное колесо). На рис. 3 большой круг соответствует передним колесам с хорошей резиной, а маленький круг задним колесам с плохой резиной. При ускорении на задних колесах будет увеличиваться сцепление по причине переноса веса назад, при торможении сцепление будет увеличиваться спереди. Совмещенный график запаса сцепления будет выглядеть как яйцо сплюснутое сверху вниз и вытянутое в поперечном направлении. При торможении будет доступно больше сцепления в повороте чем при ускорении поскольку здесь будут работать передние хорошие колеса.

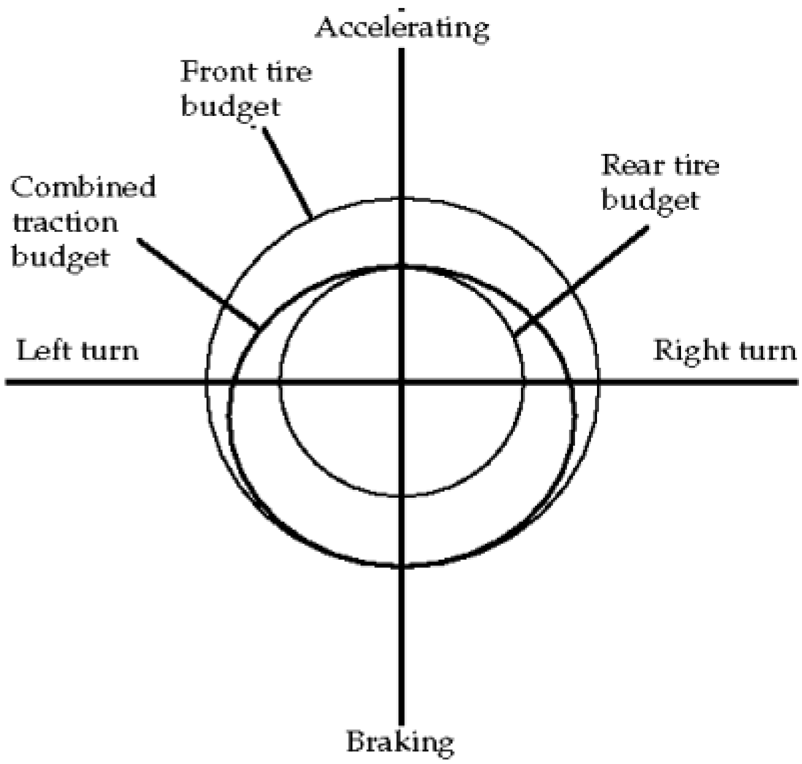


Figure 3: A traction budget diagram for a poorly handling car.

Рис 3. График запаса сцепления для машины с плохой управляемостью.

Запас сцепления это многогранный и простой способ анализа и визуализации поведения машины. Этот метод можно применять при развитии навыков пилота, рассматривать траекторию по трассе и выявлять проблемы с управляемостью.

Глава 9. Прямые

Мы изучили в Главе 5 «Введение в гоночную траекторию» что пилот может потерять очень много времени используя не очень хорошую траекторию прохождения поворота. Так на автомобиле шириной 2 м. на трассе шириной 3 м. за счёт неправильной траектории можно потерять 0,16 секунды в одном простом правом повороте. В этой главе мы расширим анализ гоночной траектории нашего тестового автомобиля на прямые. Часто говорят на треке самый важный поворот это тот, за которым следует самая длинная прямая. Давайте посмотрим насколько это важно. Мы рассчитаем, сколько времени займет прохождение прямой в зависимости от скорости входа на эту прямую.

Математическая модель движения по прямой следует из второго закона Ньютона:

$$F = ma \quad (1)$$

где F - это сила которая действует на автомобиль, m – масса автомобиля, a – ускорение автомобиля.

Наша задача решить это уравнение, чтобы получить время как функцию расстояния прямой. Для начала мы возьмем таблицу, в которой можно увидеть, сколько времени будет затрачено на преодоления определенного расстояния. Мы можем построить такую таблицу на листе бумаги или воспользоваться программой электронных таблиц.

Для решения уравнения (1), сначала обратим его

$$a = \frac{F}{m} \quad (2)$$

a, ускорение, показывает динамику изменения скорости во времени. Производная это отношения небольшого приращения скорости к небольшому отрезку времени за который эти изменения произошли. Давайте, допустим, что первый столбик времени у нас уже заполнен. Время начинается с 0 и возрастает всегда на одну и ту же величину, скажем, на 0,05 сек. Физики называют такое небольшое приращение «шаг интегрирования». Решение уравнений с постоянным шагом интегрирования это вполне нормальная практика. Иногда бывает необходимо изменять шаг интеграции, но для нашей задачи у нас нет для этого никаких причин. Давайте обозначим шаг интегрирования Δt. Если мы обозначим время в i-той строчке t_i, то в любой строчке, исключая первую

$$\Delta t = t_i - t_{i-1} = const \quad (3)$$

Обозначим другой столбец скорость, и обозначим скорость в i-той строчке v_i. Для любой строчки, исключая первую выражение (2) будет:

$$\frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta t} = \frac{F}{m} \quad (4)$$

Нам необходимо заполнить сверху вниз столбец со скоростью, для этого необходимо решить выражение (4) для v_i. Это даст нам формулу для расчета v_i при известном v_{i-1} для всех строчек, исключая первую. В первой строчку мы поместим скорость выхода на прямую, от которой, и будут вестись все дальнейшие расчеты. Мы получили:

$$v_i = v_{i-1} + \frac{\Delta t F}{m} \quad (5)$$

Назовем следующий столбец расстояние, и обозначим его x_i. Также как и ускорение это скорость приращения скорости, скорость это скорость приращения расстояния (суть вторая и первая производные dx/dt). Так же как и раньше запишем:

$$v_i = \frac{x_i + x_{i-1}}{\Delta t} \quad (6)$$

Решив это уравнение для x_i получим:

$$x_i = x_{i-1} + \Delta t v_i \quad (7)$$

Уравнение (7) дает нам формулу для вычисления расстояния по времени имея значение предыдущего расстояния (x_{i-1}) и скорости рассчитанной по выражению (5). Физики бы сказали, что теперь мы имеем схему для интегрирования уравнений движения. Осталась пропущена небольшая деталь. Какова будет сила *F*? Всё до этого момента относилось к кинематике. Но реальное моделирование начнется только сейчас с формул для расчета силы. Для этого мы должны вспомнить все, что было в прошлых главах. Давайте обозначим следующий столбец сила, и добавим ещё несколько столбцов лобовое сопротивление, сопротивления качению, крутящий момент двигателя, обороты двигателя, обороты колеса, передаточное отношение шестерней скорости, передаточное отношение шестерней главной пары, момент на колесе и разгоняющая сила. Как вы видите, мы получим достаточно полную модель ускорения по прямой. Нам потребуются несколько постоянных величин:

Постоянная величина	Обозначение	Пример
Передаточное отношение главной пары	R	3.07
Плотность воздуха	P	1.29 кг/м^3
Коэффициент лобового сопротивления	C_d	0.30
Площадь поперечного сечения	A	1.86 м^2
Диаметр колеса	d	0.66 м
Сопротивление качению	r_r	0,94 Н*м/сек
Масса автомобиля	m	1456 кг.
Передаточное отношение 1 передачи	g_1	2.88
Передаточное отношение 2 передачи	g_2	1.91
Передаточное отношение 3 передачи	g_3	1.33
Передаточное отношение 4 передачи	g_4	1.00

и несколько переменных величин

Переменная величина	Обозначение	Пример
Крутящий момент двигателя	T_E	447 Н*м
Сила аэродинамического сопротивления	F_d	200 Н*м
Сопротивление качению	F_r	240 Н*м
Обороты двигателя	E	4000 мин$^{-1}$
Обороты колеса	W	680 мин$^{-1}$
Крутящий момент на колесе	T_W	267 Н*м
Сила на колесе	F_W	8070 Н
Равнодействующая сила	F	7620 Н

Все значения, приведенные для примера, соответствуют последней модели Corvette.

Основное уравнение моделирования заключается в том, что сила, которую мы можем использовать для разгона - это сила вращения переданная на колеса минус силы сопротивления.

$$F = F_W - F_d - F_r \quad (8)$$

Сила лобового сопротивления воздуха рассмотрена в главе 6:

$$F_d = \frac{1}{2} C_d A \rho v_i^2 \quad (9)$$

Отметим, что для расчета силы на строчке *i* мы можем использовать скорость с этой же строчки. Эта сила пойдет на расчет ускорения на строчке *i*, которое в свою очередь будет использовано для расчета скорости и расстояния на строчке *i+1* по выражениям (5) и (7). Эти два выражения представляют только обратные ссылки, которые нам и нужны. Так единственным параметром ввода для интегрирования будет начальное расстояние и начальная скорость v_0.

Сопротивление качению приблизительно будет пропорционально скорости:

$$F_r = r_r v_i = 0.696 v_i \quad (10)$$

Это приближение главный источник погрешности в нашей модели. Я получил r_r из брошуры Corvette. Оттуда 8.2л.с. требуется для преодоления сопротивлению качения на скорости 90км/ч. Больше данных у меня нет, поэтому с некоторым сомнением будем использовать эту цифру.

И в итоге мы должны рассчитать разгоняющую силу действующую от земли на машину в ответ на силу направленную двигателем и передающуюся трансмиссией:

$$F_W = \frac{T_E R g_k}{d/2} \quad (11)$$

Это уравнение просто описывает что мы берем крутящий момент двигателя умноженный на передаточное отношение главной пары и передаточное отношение k-той передачи, в итоге получится крутящий момент на колесах T_W который следует разделить на радиус колеса, то есть половину диаметра d/2. Подробно это расписано в главе 3.

Для того чтобы рассчитать разгоняющую силу мы должны определится какая передача включена. Логически это можно рассчитать по скорости.

$$W = 60 \frac{\sec}{\min} \frac{v_i}{g_k d} \quad (12)$$

Из этого уравнения мы можем узнать обороты двигателя $E=WRg_k$.

На каждом шаге интегрирования мы должны смотреть текущую скорость и обороты и проверять «прошел ли уже пик крутящего момента двигателя» Если «да», мы должны переключить скорость вверх, если это возможно. Без особых оснований мы принимаем пик момента на 4200 оборотов/мин. Продолжая упрощать, принимаем момент двигателя постоянной величиной равной 447 Н*м. Для того чтобы сделать модель более реалистичной следует использовать величину момента, взятую из кривой зависимости крутящего момента двигателя от оборотов. Наше упрощение не очень критично, оно просто искусственно увеличит скорость и уменьшит время прохождения дистанции. Другое важное улучшение это проверка пробуксовки колес, так если ускорение меньше чем примерно 0,5g значит, следует «поднять ногу с педали газа».

Теперь у нас есть все необходимые средства для расчета времени необходимого для преодоления прямой с заданной скоростью входа. Вы можете сделать необходимые вычисления на бумаге или проверить мои результаты данные ниже в программе электронных таблиц, например Lotus123 или MS Excel. Если Вы будете читать эту книгу дальше то увидите эти формулы в программе симуляции поведения автомобиля Scheme . Интегрирование уравнение движения на бумаге займет очень много времени, гораздо быстрей для этих целей использовать компьютер.

Для иллюстрации мы привели таблицу времени прохождения и скорости на выходе для прямых длинной 60 м. характерных для автокросса и 150 м. характерных для обычных гоночных треков. В таблице 1 мы показали скорости выхода и времени прохождения в зависимости от скорости входа меняющейся с 40 до 80 км/ч. Результаты также сведены на двух графиках (рис 1 и 2).

Таблица 1 Скорость на выходе и время прохождения прямых для разных значений скорости входа на прямую.

Скорость входа, км/ч	60 метров		150 метров	
	Скорость выхода, км/ч	Время прохождения, сек.	Скорость выхода, км/ч	Время прохождения, сек.
40	106,7	2,81	142,2	5,38
43	107,4	2,75	142,5	5,31
47	108,4	2,67	143	5,22
50	109,3	2,61	143,5	5,15
55	110,9	2,53	144,2	5,04
63	113,5	2,39	145,5	4,88
70	116,1	2,29	146,9	4,75
80	119,5	2,16	149,3	4,56

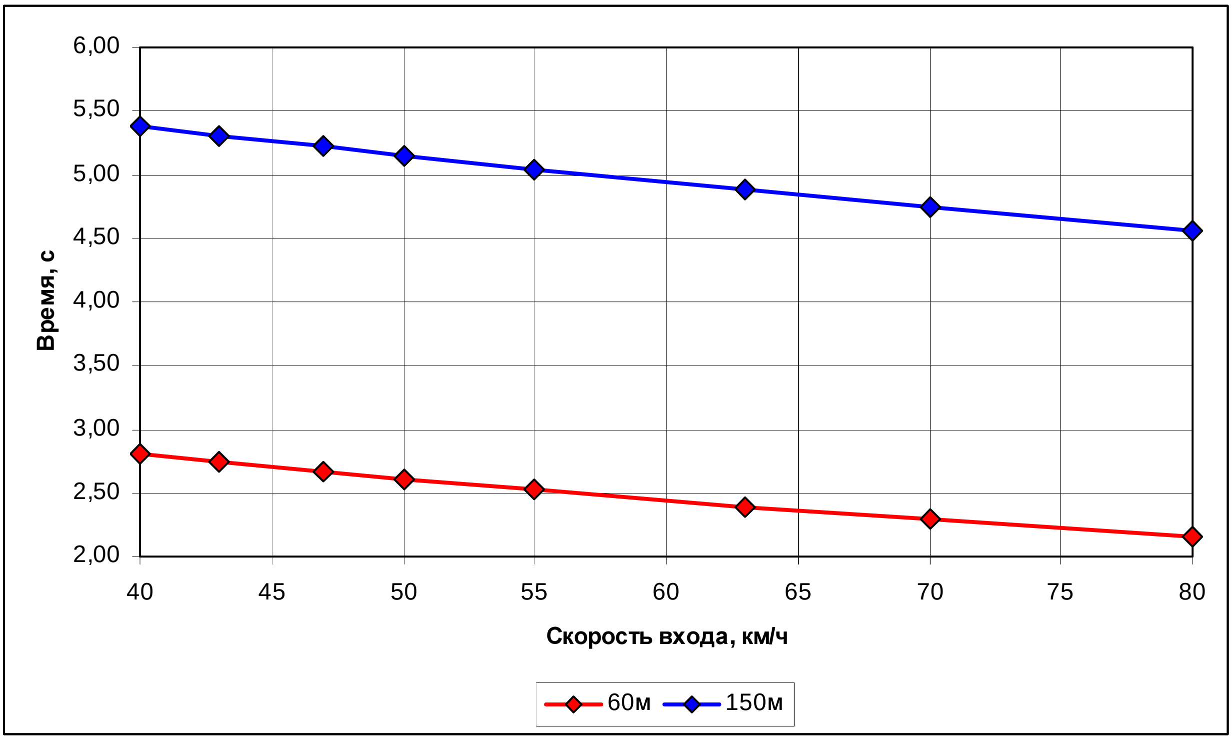


Рис 1. График зависимости времени прохождения от скорости на входе для прямых длиной 60 и 150 метров.

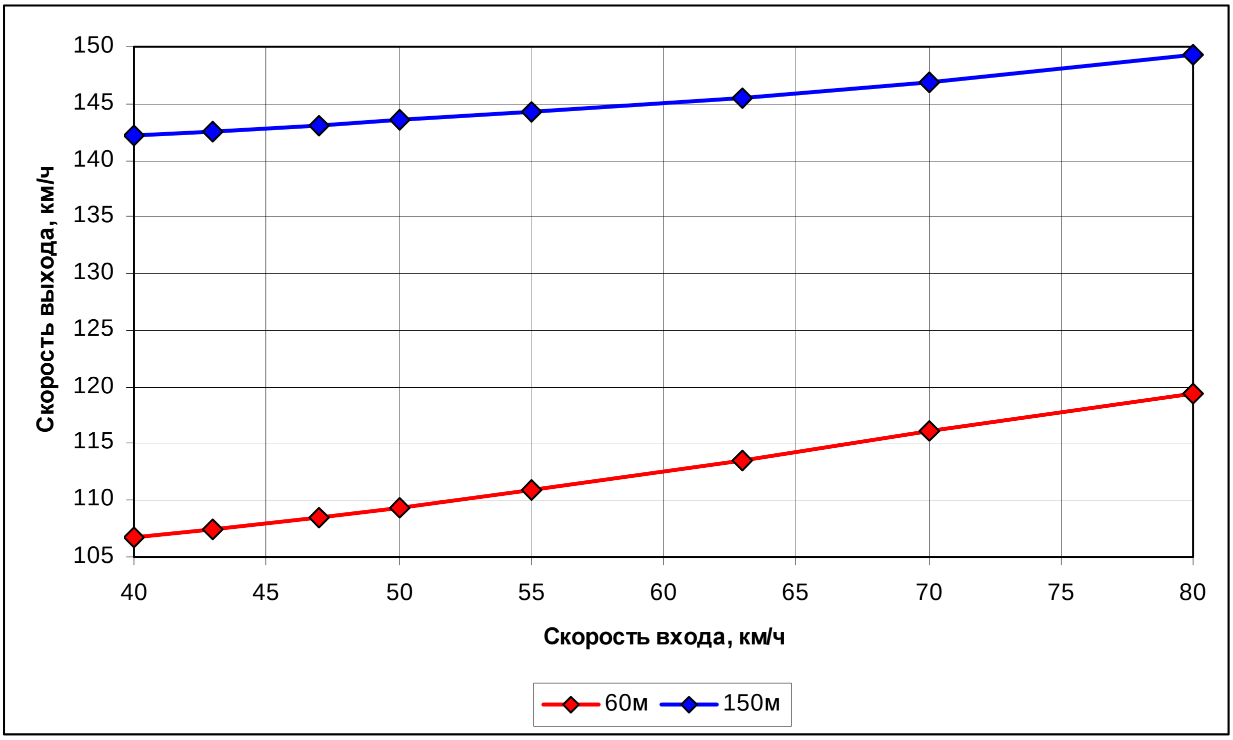


Рис 2. График зависимости скорости на выходе от скорости на входе для прямых длинной 60 и 150 метров

Итак, наиболее важные выводы из полученных данных следующие. Разница между временами прохождения 60 м. прямой со скоростями входа 40 и 43 км/ч составляет всего 0,06 сек. Не так много как я ожидал. Разница во времени между входом 40 и 50 км/ч составила около 0,2 сек. Опять не очень много. Разница в скорости на выходе между входом 40 и 80 км/ч составляет всего около 13 км/ч.

Этот анализ даст более ощутимые различия для машины с крутящим моментом меньшим чем на Corvette с 447Н*м. С таким моментом потеря времени при низкой скорости входа будет не такой большой как на обычной машине, на которой набрать скорость после ошибки в повороте будет гораздо сложней.

Анализ ещё можно улучшить, используя кривую зависимости крутящего момента от оборотов и учетом пробуксовки колес на низших передачах.

Глава 10. Угол увода

По многим причинам механика шины это не очень удобная тема. Эта тема затрагивает много неясностей, противоречий и коммерческих секретов. Теоретические и экспериментальные исследования в этой теме крайне сложны и дороги. Вероятно, это наиболее неисследованный аспект гонок на сегодняшний день, и часто этот аспект причина многих взлетов и падений. Находка в области моделирования или строения шины, даже если она была найдена случайным образом, может привести к доминированию одной шинной компании на протяжении нескольких лет, как например, сейчас это сложилось с BFGoodrich в автокроссе. Неудачный выбор покрышек гонщиком может привести к серьезным потерям, как в финансовом, так и в спортивном плане.

В этой главе мы исследуем физику сцепления шин несколько более глубже, чем ранее. В главах 2,4 и 7 мы использовали простую модель сцепления с данными F и μW, где F – максимальная сила сцепления доступная для шины, μ – постоянная величина, коэффициент сцепления, и W это мгновенная вертикальная нагрузка, или мгновенный вес колеса. Эта модель вполне подходит для грубых расчетов, для того чтобы интуитивно почувствовать поведение шины, но она становится слишком неточной для количественных расчетов. Например, для написания компьютерных программ моделирующих поведения автомобиля, инженерных изысканий в автомобилях или тонкой настройки автомобилей.

Я не шинный инженер. Но, как и всегда я пытаюсь привнести свежий взгляд на любую тему с точки зрения физики. Я могу написать вещи не очень точные или даже ошибочные, особенно в такой сложной теме как механика шин. Я приглашаю для обсуждения, исправлений тех, кто понимает в этой теме больше меня. Такое взаимодействие это часть работы с подобными вещами.

Эта глава названа «Угол сцепления»[1] Угол сцепления это величина, которая охватывает многие составляющие механики шины. Многие авторы называют эту величину «угол скольжения». Я считаю, такое название вводит в заблуждение, поскольку оно предполагает, что шина работает посредством скольжения. На самом деле явление гораздо сложней. При нагрузках близких к максимальным на пятне контакта локально будет проявляться сцепление, локально скольжение. Максимальную равнодействующую сила, которую может предоставить шина на пороге сцепления, будет соответствовать состоянию, когда ещё проявлено сцепление, но шина уже почти срывается в скольжение. Кроме того у меня есть некоторые сложности с анализом информации о угле скольжения в литературе. Я представил эти сложности в этой главе, вероятно, без должного рассмотрения.

Шина это эластичное или деформируемое тело. Оно переносит силу от автомобиля к дороге посредством растяжения, сжатия и скручивания. Поэтому это очень сложный вид пружины с несколькими видами (режимами) деформации. Гипотетическая шина предполагает $F \leq \mu W$ где μ константа (см. главу 3), что верно для неэластичной шины. Любой, кто ездил на жестких шинах по льду знает, что неэластичные шины неконтролируемы, не только потому, что μ будет очень маленькой, но и потому что летние шины на льду не будут ощутимо деформироваться.

Первый и наиболее явный вид деформации это радиальная деформация. Это деформация по радиусу колеса, т.е. по линии от центра к краю. Её хорошо видно как выпуклость на боковине возле пятна контакта, где резина касается земли. Силы радиального сжатия при движении будут перемещается по окружности.

[1] В оригинале англ. “Grip/slip angle” угол сцепления/скольжения. На русском языке это называется угол бокового увода, дальше я буду применять термин угол увода.

Второй вид деформации это круговая деформация. Её можно заметить как морщинистость на боковинах драговых покрышек. Такие шины задумываются так чтобы сильно деформироваться в круговом направлении.

Третий вид деформации это осевая деформация. Это деформация которая старается оторвать колесо от неэластичного диска (обода) относительно машины вбок, т.е в поперечном направлении.

Последний и наиболее важный вид деформации для прохождения поворотов это торсионная деформация (деформация на скручивание).Эта деформация проявляется как разница в осевой деформации от одного конца пятна контакта к другому. По существу радиальная, круговая и осевая деформация дают полное представление о шине.

Давайте рассмотрим, как шина доставляет поперечное усилие от дороги к машине. Мы можем это хорошо представить при помощи стирательной резинки. Возьмите прямоугольную резинку, поставьте её на стол и представьте что это небольшой участок окружности шины. Давайте будем считать, что часть резинки, касающаяся стола это пятно контакта. Держите резинку за верхнюю часть и будем считать что ваша рука это обод колеса, который старается сжать, растянуть или скрутить шину.

Рассмотрим машину, двигающуюся с постоянной скоростью по прямой. Давайте повернем немного рулевое колесо вправо (скрутим верх резинки направо). В момент, когда мы начнем поворачивать обод (ваша рука) сзади пятна контакта будет толкать борт шины влево, в это же время спереди пятна контакта обод будет толкать боковину вправо. Такое явление, когда проявляется вместе и сжатие и растяжение называется «пара сил». Такая пара сил создает силу на скручивание во внутреннем каркасе шины возле обода. Это усилие передается на пятно контакта через эластичную боковину (или основную часть резинки). В результате поворота рулевого колеса обод скручивает пятно контакта по часовой стрелке.

Машина в это время всё ещё будет двигаться по прямой. Как мы собираемся объяснить наличие равнодействующей силы направленной вправо от дороги к пятну контакта. Эта равнодействующая сила должна быть. Согласно первому закону Ньютона только внешнее воздействие может заставить машину изменить направление.

Рассмотрим кусочек дороги под пятном контакта в момент начала поворота. Частички резины на левой стороне пятна контакта будут перемещаться относительно дороги немного быстрее, чем машина, а частички резины на правой стороне пятна будут перемещаться медленней. В результате левая сторона пятна будет цепляться немного меньше чем правая. Частички резины на левой стороне будут склонны к скольжению, а на правой стороне к сцеплению. Так левый край пятна контакта будет перемещаться вперед в результате скручивать пятно контакта по часовой стрелке. Скручивающая деформация станет скручивающим движением. И пока это движение будет продолжаться шина (и стирательная резинка) будут перемещаться направо.[2]

Лучшее сцепление на правой стороне пятна контакта создает равнодействующую силу направленную направо, которая передается через боковины автомобилю. Шасси машины начинает сдвигаться, вправо изменяя направление движения задних колес. Торсионная деформация также будет проявлена и на задних колесах. Задние колеса тоже будут испытывать «сдвиговое» движение.

---

[2] Откуда будет возникать равнодействующая сила и почему будет скользить внешняя (по отношению к повороту) сторона мне осталось непонятным /прим. переводчика.

Колесо (рука) поворачивается немного больше чем пятно контакта. Разница между углами поворота диска и пятна контакта это и есть угол увода. Все количественные величины механики шины, силы, коэффициенты трения итп условно выражаются в функции угла увода.

При стационарном движении, например в длинном повороте машина с недостаточной поворачиваемостью будет иметь больший угол увода спереди, а машина с избыточной поворачиваемостью больший угол увода сзади. Как контролировать углы статически установкой углов регулировки колес и динамически всеми управляющими колесами это тема для дальнейших исследований.

Больший угол увода сможет предоставить большее боковое ускорение только до некоторой точки. После этой точки больший угол сцепления даст меньшее ускорение. Эта точка и есть идеализированный предел сцепления, о котором мы говорили раньше. Так, задние шины количественно ведут себя как идеальные шины, которые начинают скользить после достижения предела сцепления.

Явление «гуляющего» движения пятна контакта нельзя назвать плавным или другими словами это движение дискретно. Отдельные части резины или скользят или цепляются с большой частотой, тысячи раз в секунду. При повороте на пределе частицы резины вибрируют на дороге создавая звук визжащей резины. За пределом сцепления визг переходит на более низкую частоту, сообщая, что точка наибольшей эффективности резины уже пройдена.

Можно ещё очень много сказать по этой теме и я надеюсь что мои первые попытки математического анализа угла сцепления и механики пятна контакта будут приведены ниже. Как бы то ни было, сейчас у нас есть концептуальная основа для лучшего моделирования в будущем.

Упоминая будущее, вкратце приведем планы, которые я хочу рассмотреть в этой книге в дальнейшем:

Физика шин
касается сцепления, угла увода, моделирования деформации. Этот аспект был рассмотрен в главах 2, 4, 6 и 10, и будет рассмотрен ещё в нескольких главах в дальнейшем;

Динамика автомобиля
касается управляемости, ходов подвески и движения автомобиля по трассе. Рассмотрено в главах 1, 4, 5 и 8 и будет рассматриваться далее;

Физика разгона
касается моделирования производительности двигателя и ускорения. Рассмотрено в главах 3, 6 и 9 и будет рассматриваться далее;

Компьютерное моделирование
касается создания работающей программы, которая учитывает всю физику. Это конечная цель этой книги, Тема начата в главе 8 и далее должна стать основной идеей книги.

Далее следует список глав написанных до сих пор:

1. Перераспределение веса
2. Сохранение сцепления резины с дорогой
3. Основные расчеты
4. Центробежной силы не существует.
5. Введение в гоночную траекторию
6. Скорость и мощность

7. Запас сцепления
8. Моделирование динамики машины в комьютерной программе (не переведено)
9. Прямые
10. Угол увода

Далее следует предполагаемый список того, что я хочу написать в ближайшем будущем (как говорится, список может измениться без уведомления):

Пружины и амортизаторы
показывает подробную модель работы подвески (Предложено Бобом Моссо Bob Mosso);

Переходы
показывает динамику автомобиля входящего или выходящего из поворота, шиканы, змейки;

Стабильность
объясняет, почему машину может развернуть и другие моменты потери контроля над машиной;

Плавность
подробно объясняет, что значит плавность;

Моделирование данных автомобиля
В компьютерной программе, в нескольких главах;

Моделирование трассы
В компьютерной программе, также в нескольких главах;

Я стараюсь сделать главы примерно одного объема, и если тема очень большая (тема «угол увода» определенно такая) я разбиваю её на несколько глав.

Глава 11. Торможение

Недавно я помогал команде Марка Торнтона на Гран при Silver State в Неваде. Марк построил прекрасную машину с теоретической максимальной скоростью 320 км/ч для 92 мильной гонки от Ланд до Хико. Марк никогда раньше не управлял на таких скоростях и спросил меня как физика смогу ли я предположить, как будет выглядеть торможение на скорости 320 км/ч. В этой главе я приведу расчеты на обратной стороне конверта для торможения, которые я сделал в полевых условиях.

Есть несколько способов рассмотрения этой проблемы. Суть работы тормозов это преобразование кинетической энергии движения в тепло. Преобразование энергии из «полезных» видов энергии (движение, электричество, химическая энергия и т.п.) в тепло в целом называется диссипация, этот термин подразумевает то, что нет простого способа преобразовать эту энергию обратно. Если мы предположим что тормоза могут преобразовывать энергию с постоянной скоростью то можно заключить, что торможение с 320км/ч займет в 4 раза больше времени, чем торможение со 160 км/ч, поскольку кинетическая энергия возрастает как квадрат скорости и движение с удвоенной скоростью означает возрастание кинетической энергии в $4 = 2^2$ раза. Полная формула для кинетической энергии $\frac{1}{2}mv^2$.Где m это масса тела а v его скорость. Это было полезно для Марка поскольку торможение на скорости 160 км/ч было ему знакомо по гонкам.

Это достаточно просто, но правильно ли? Рассеивают ли тормоза энергию с постоянной скоростью. Моё предположение как физика - «вероятно нет». Эффективность торможения будет зависеть от характера трения между колодками и дисками. Это взаимодействие изменяется в зависимости от температуры. Большинство колодок имеют такой состав, чтобы тормозить лучше с увеличением температуры, но только до определенной точки. Тормоза плывут, когда колодки и диски перегреваются. Если вы будете продолжать тормозить система нагреется ещё больше, тормозная жидкость начнет закипать и тормоза пропадут вообще. Функция тормозной жидкости это транспортировка посредством гидравлики давления ноги на педали в давление колодок на тормозной диск. Если тормозная жидкость закипит, то давление ноги на педаль будет уходить большей частью в сжатие пузырьков газа в тормозной жидкости, а не в давление колодок на диски. Соответственно тормозить машина не будет.

Сейчас мы достигли второго взгляда на проблему торможения. Давайте предположим, что тормоза хорошие настолько, что торможение у нас ограничено не взаимодействием колодок и дисков, а взаимодействием резины и дороги. Другими словами давайте, допустим, что тормоза у нас лучше резины. Для того чтобы рассуждать достаточно просто и оставаться в пределах обратной стороны конверта предположим, что шины могут дать постоянное замедление:

$$1G = a = 9.8\text{м/сек}^2$$

Время t необходимое для остановки со скорости v можно рассчитать по формуле $t = v/a$ которая следует из определения ускорения. Имея время торможения, мы можем сосчитать расстояние x опять исходя из определений ускорения и скорости.

$$x = vt = \frac{1}{2}at^2$$

Итак, произведем расчеты и сведем их в таблицу.

Табл. Длительность торможения и тормозной путь при торможении до остановки с разных скоростей

Начальная скорость, км/ч	Длительность торможения, сек.	Тормозной путь, м
50	1,4	9,8
100	2,8	39,4
150	4,3	88,6
200	5,7	157,5
250	7,1	246,0
300	8,5	354,3
350	9,9	482,3

Мы видим в таблице (и конечно по формулам) что тормозной путь возрастает в квадратичной зависимости, а время торможения в линейной зависимости от начальной скорости.

Числа в таблице согласуются с теми числами которые публикуются по результатам тестов высокоскоростных автомобилей. Поэтому я предположил, что этот способ рассмотрения проблемы торможения более верный. Другими словами допущение, что тормоза лучше резины, до тех пор, пока тормоза не перегреваются, вероятно, верно, а допущение что тормоза рассеивают энергию с постоянной скоростью вероятно ошибочно, поскольку оно ведет нас к выводу, что торможение будет занимать больше времени, чем на самом деле.

В конце концов, я посоветовал Марку оставлять очень много места. Из таблицы видно, что тормозной путь со скорости 350 км/ч составит больше четверти мили даже при замедлении в 1g!

Глава 12 Кибер машина, DWIM машина.

Кибернетическая машина DWIM наступает. DWIM означает “Do what I mean” или «делай что я задумал». Это термин из области систем человеко-машинных интерфейсов, который обозначает системы, автоматически определяющие намерения пользователя.

Кибернетика (или по крайней мере один её аспект) это наука объединяющая машины и людей. Объект кибернетики это обычно расширение человеческих возможностей умными машинами, но иногда есть и обратная цель . Большинство работ в кибернетике проводится под эгидой оборонной промышленности, для строительства улучшенных танков и самолетов. Но небольшой частью кибернетика представлена и в автомобильной промышленности, это например антиблокировочная система (ABS), антипробуксовочная система (ASR), электронное управление двигателем, автоматический трекшн контроль (ATC).Это всё кибернетические DWIM системы. Они все делают поправки действий водителя основанные на предположительных намерениях Управление через провод (steer-by-wire), бесступенчатые трансмиссии (CVT) и активная подвеска это ближайшие претенденты на внедрение в автомобили. Все эти вещи это часть общего направления автоматизации функций водителя. В этой главе мы отдохнем от физики и посмотрим на плюсы и минусы автоматизации, и мы рассмотрим концепцию окончательного результата этих работ – КиберМашины.

В числе направлений исследований кибернетики есть датчики движений водителя. Одна из наиболее невероятных систем это система, которая читает нервные сигналы и понимает что именно хочет пилот истребителя.

Самая главная проблема в кабине истребителя это перегруженность информацией, У пилота есть очень много инструментов, экранов, гудков, зуммеров, радио каналов, сигнальных ламп и т.п. В критической ситуации, например при преследовании мозг пилота просто игнорирует сигналы, и пилот может не услышать зуммер или не увидеть сигнальную лампу. В «интеллектуальной кабине» пилоту умышленно не показываются определенные экраны и каналы, чтобы уменьшить информационную нагрузку. По этой же причине интеллектуальная кабина должна быть способна показывать важные экраны и подавать звуковые сигналы в критических ситуациях. С упорядоченным способом подачи данных вероятность пропуска важной информации будет гораздо меньше .

Как пилот выбирает то, что он хочет увидеть? У пилота нет столько времени, чтобы пробегать по множеству меню, как на персональном компьютере или использовать панели кнопок как в банкомате.

У него есть датчики, которые читают нервные импульсы и предугадывают, что дальше захочет увидеть пилот. Прежде чем пилот явно осознает, что он хочет увидеть, например состояние боезапаса, кибернетическая система сможет распознать его желание по нервным импульсам и вывести необходимую информацию на экран. Если он думает что сейчас нужно взглянуть на радар, прежде чем он сможет это сказать, система прочитает нервные импульсы и выведет дисплей радара и уберет экран состояния боезапаса.

Как это работает? На этапе тренировки система читает нервные импульсы и получает явные команды посредством панели кнопок. Система анализирует нервные импульсы, ищет уникальные черты желания получить экран радара, или уникальные черты, чтобы угадать желание увидеть состояние боезапаса и т.д. Система должна быть приспособлена индивидуально для каждого пилота. Потом, в работе, когда система видит нервные импульсы, совпадающие с имеющимися шаблонами она «знает» что пилот хочет сделать.

Внедрение таких технологий для автомобилей удивительно. Такие вещи как ABS уже можно назвать кибернетикой. Когда пилот давит до упора педаль тормоза, он хочет остановится а не скользить. Система ABS если говорить терминами кибернетики «знает» что хочет пилот и управляет системами автомобиля так чтобы достичь этой цели. Поэтому, вместо того чтобы быть механическим связующим звеном между ногой и тормозами педаль становится своего рода интуитивным DWIM органом управления. Примерно тоже самое представляет собой трекшн контроль и ASR. Когда пилот давит на газ, система знает, что он хочет ехать вперед, а не шлифовать на месте или «наворачивать пятаки». В случае трекшн контроля система регулирует распределение крутящего момента между ведущими колесами, а в случае ASR система прикрывает дроссельную заслонку, когда появляется пробуксовка. Опять кибернетика.

ABS, TC и ASR существуют уже сейчас. Что насчет будущего? Рассмотрим руль без механической связи с колесами (steer-by-wire). Кибер машина - полностью кибернетический автомобиль, придугадывает желаемое направление движения по положению рулевого колеса. Машина сама изменяет направление управляющих колес, газа и тормоза гораздо быстрей и плавней чем это может сделать человек. Совмещенные системы контроля бокового увода и курсовой устойчивости, возможно основанные на лазерных технологиях (без использования движущихся частей), кибернетизированное рулевое управление, газ и тормоз сделают выдающийся гоночный автомобиль, который сможет ехать по трассе практически с оптимальной производительностью по той траектории, которую выбрал пилот.

При появлении недостаточной поворачиваемости (когда автомобиль не поворачивает настолько насколько хочет пилот) распространенная ошибка обычного водителя это повернуть руль ещё сильнее. Эта ошибка появляется, потому что пилот пытается использовать руль как интуитивный орган управления, а не как физический, коим он в действительности является. В кибер машине руль – это интуитивный орган управления. Когда пилот поворачивает руль дальше кибермашина «знает» что пилот хочет поворачивать под большим углом. Возле предела сцепления адекватная физическая реакция это перенести часть веса вперед и немного уменьшить угол поворота руля. Когда передние колеса опять зацепятся кибер машина опять добавит газу и повернет руль немного больше, то есть направит автомобиль туда, куда хочет ехать пилот. В случае избыточной поворачиваемости, когда пилот поворачивает руль в противоположную сторону, кибермашина знает что делать. Кибер машина определяет, является ли занос заносом под сброс газа или это силовой занос. Это можно определить по нагрузке на шины и по текущему крутящему моменту двигателя. В случае заноса под сброс газа кибер машина добавляет немного газу и поворачивает руль немного в сторону заноса. Когда автомобиль цепляется, машина регулирует газ и выправляет руль. В случае силового заноса кибермашина приотпускает газ и поворачивает руль в сторону заноса. Всё время кибермашина следит за действиями пилота и физическим состоянием автомобиля с частотой нескольких килогерц (тысячи раз в секунду).

Термины недостаточная и избыточная поварачиваемостью имеют кибернетический смысл. Недостаточная поворачиваемость означает, что автомобиль поворачивает не настолько насколько хочет водитель, а избыточная поворачиваемость означает что автомобиль поворачивает чрезмерно.

Описание технологий приведенных выше это реальные технологии. Что если мы представим по-настоящему фантастические технологии? Как насчет того чтобы убрать рулевое колесо вообще? Кибермашина 2 знает куда хочет попасть пилот по тому куда он смотрит и она знает хочет ли он тормозить или ускорятся по его нервным импульсам. С виртуальной реальностью и телеметрий пилоту вообще можно не находится внутри машины. Пилот надевает очки с видеодисплеями, которые транслируют картинку из машины (или даже синтетическую компьютерную графику) и сидит в виртуальной кабине в боксах.

И наконец мы должны спросить насколько кибернетика нужна? Автокросс это в основном соревнование водительских навыков. Очные заезды подразумевают гоночное ремесло – проектирование автомобилей, обгоны, разные хитрости и т.д. Не кажется что кибернетика уничтожает водительские навыки как гоночный фактор путем автоматизации?

Может быть, это ещё один способ тем, кто имеет что-то победить тех кто этого не имеет. Пилоты, у которых нет ABS, уже жалуются, что у соперников есть преимущество. С другой стороны пилоты, имеющие ABS жалуются что они теряют чувство машины при торможении.

На вершине гонок, где деньги, условно, не имеют значения, кибернетика уже играет важнейшую роль. Семи ступенчатая коробка передач без сцепления позволила Williams/Renault доминировать во второй половине сезона 1991 года в Формуле 1. Но из-за нескольких неудач они не смогли выиграть кубок пилотов и конструкторов. Кэрол Смит, гоночный инженер предсказывал, что через несколько лет ABS будет в Формуле 1. Как только эту систему смогут сделать достаточно легкой и компактной. Я думаю неизбежно, что кибернетические системы дают преимущества тем командам, у которых есть деньги. Тем не менее, автокросс, клубные гонки, и другие местечковые соревнования не будут под влиянием таких расходов и опыт и чувство машины будет здесь играть ведущую роль по крайней мере ещё несколько десятилетий.

Глава 13. Переходы

Очевидно, управляемость крайне важна для любой гоночной машины. Для автокроссовой машины она критична. Машина с плохой управляемостью и с большой мощностью не покажет хороший результат на обычной трассе для автокросса. Miata или CRX обычно быстрей чем мускул-кары 60-х годов несмотря на то, что имеют в 4-5 раз меньшую мощность. Мускул-кары это машины очень мощные и они были спроектированы для ускорения по прямой без поворотов.

В этой главе мы исследуем один аспект управляемости, это управляемость при переходных процессах или короткоживущие (short-lived) силы. Обычно в мотоспорте слово переходы применяют для короткоживущих поперечных сил, в противовес силам торможения и разгона. В более широком смысле так называют все короткоживущие силы.

Переходы явно проявлены в автокроссе. Возможно, лучшим примером переходов в автокроссе является змейка, на которой пилот и машина должны очень быстро поворачивать налево, потом направо и снова налево и т.д. На многих трассах также встречаются эски, шиканы, и другие вариации виражей на эту же тему. Все они требуют быстрой ответной реакции на переходы. Некоторые спортивные машины, например Elan, MR2 и X1/9 спроектированы так чтобы иметь быструю реакцию. Это достигается из-за небольшого веса машин и их низкого момента инерции. Главная цель этой главы объяснить, что такое момент инерции.

Большинство инженерных решений это компромиссы, и быстрая реакция машины это не исключение. Малый вес - подразумевает небольшой двигатель. Маленький момент инерции означает главным образом перемещение двигателя насколько это возможно близко к центру масс. Поэтому большинство автомобилей с быстрой реакцией это среднемоторные машины на которых размер двигателя очень ограничен. Размер двигателя это другой компромисс: цена против мощности. Маленькие двигатели это в основном маломощные агрегаты. Самый дешевый способ получить мощный двигатель – увеличение размера. Большой американский V8 может недорого предоставить 400-500 Н*м момента. Получить такой же момент от 1.6л четырехцилиндрового двигателя будет очень дорого и переведет вас в класс подготовленных или модернизированных автомобилей. Большой двигатель будет тяжелее, я для его поддержки потребуется более мощная (и тяжелая) подвеска. Поэтому дешевый способ получить много мощности подразумевает жертвование реакцией машины при переходах. Типичный пример таких автомобилей это Corvette и Camaro. Основное правило для таких автомобилей - выбросить машину из поворота как можно быстрей использовав имеющуюся мощностью.

Итак, мы можем разделить спортивные автомобили на два вида: легкие машины с быстрой реакцией и тяжелые машины с большой тягой. Некоторые автомобили находятся на границе и являются и легковесными с малым моментом инерции и мощными. Такие автомобили очень дороги, поскольку для преодоления фундаментальных автомобильных компромиссов в них приходится применять экзотические материалы и большое количество инженерных затрат. Обычный автомобиль либо мощный, либо легкий. Нельзя сказать какие автомобили лучше, и теми и другими управлять интересно. На некоторых трассах быстрее будут автомобили с быстрой реакцией, на других V8 будут непобедимы. К счастью обычно эти автомобили разделены на разные классы.

Давайте вернемся к обсуждению физики. Что такое реакция в переходах и как она связана с моментом инерции?

Любое тело будет сопротивляться изменению состояния движения. Если тело не двигается, оно будет сопротивляться разгону. Если тело движется, оно будет сопротивляться изменению направления или остановке. Это сопротивление, в общем, называется инерция. При прямолинейном движении инерция имеет только один параметр – массу. Управляемость же касается поворотов, поэтому не относится к прямолинейному движению.

Поворот это изменение направления движения автомобиля , Для того чтобы изменить направление движения мы должны изменить направление автомобиля. Для этого мы должны повернуть его Автомобиль будет сопротивляться повороту, поскольку различные его части будут сопротивляться изменению движения. Давайте предположим, что мы будем поворачивать направо, и крутить автомобиль по часовой стрелке. Элементы подвески, кузова, кабели, двигатель всё в передней части автомобиля будет сопротивляться отклонению вправо от прямолинейного движения, а элементы подвески, рамы, дифференциал, бензобак и т.д. в задней части машины будет сопротивляться движению влево от прямолинейного. С этой точки зрения мы можем обозначить инерционное сопротивление вращению удобной величиной – момент инерции, которая следует из простого двумерного анализа. Трехмерный анализ схож но математически более сложен.

Движение тела в общем можно рассматривать как движение центра масс, а вращение тела будет происходить вокруг этого центра масс. Это означает, что для того чтобы делать расчеты для поворота мы должны применять второй закон Ньютона $F = ma$, дважды. Сначала мы применяем закон для всех масс в автомобиле с учетом их положения относительно фиксированной точки. Потом мы применяем закон индивидуально к каждой точке машины с учетом положения по отношению к центру масс во время движения.

Давайте сделаем список всех N частей машины. Давайте введем переменные i – счетчик, m_i – масса частей, их позиция на координатной оси X дороги x_i, их позиция на оси Y дороги – y_i.Мы свели форму представления положения в векторную, обозначая жирным $\boldsymbol{r_i}$ для положении i-той части. Векторная форма позволяет нам не писать два или три набора уравнений для каждой координаты. Во многих случаях вектор может рассматриваться как число в символьной арифметике. Вектор должен будет разбит на составные части, когда необходимо будет выполнить численный расчет.

Положение (вектор) $\boldsymbol{R}$ центра тяжести по отношению к земле это просто усредненное положение суммы масс всех частей машины:

$$R = \frac{\sum_{i-1}^{N} m_i r_i}{M = \sum_{i-1}^{N} m_i} \quad (1)$$

Внешние силы, действующие на машину это тоже векторы, они имеют X составляющую и Y составляющую. Поэтому мы можем записать сумму всех сил символом $\boldsymbol{F}$. Подобно этому, скорость центра масс это тоже вектор. Это изменение $\boldsymbol{R}$ через короткие промежутки времени dt, поделенные на время. Запишем:

$$V = \frac{dR}{dt} \quad (2)$$

Форма d/dt называется производная. Так ускорение это небольшое изменение скорости разделенное на время:

$$A = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2R}{dt^2} \quad (3)$$

Форма d^2/dt^2 называется вторая переменная и это результат последовательного взятия двух переменных.

Тогда второй закон ньютона для центра масс будет следующим:

$$F = M\frac{d^2R}{dt^2} \quad (4)$$

где *M* это общая масса всех частей машины. Просто да? Это дифференциальное уравнение и теоретическая физика переполнена описаниями с такими уравнениями.. В этом случае решение это нахождение ***R*** при данных *M* и ***F***. Мы можем также упростить написание уравнения заменой времени (формы производной) точкой. Одна точка для первой переменной и две точки для второй переменной. Получим:

$$F = m\ddot{R} \quad (5)$$

Теперь рассмотрим части машины раздельно, во время поворота вокруг центра тяжести. Давайте запишем все переменные, измеренные относительно сетки координат привязанной к машине, так векторное положение *i*-той массы в нашем списке это r_i.

Мы можем не использовать векторы в двух измерениях, поскольку при вращении автомобиля вокруг своей оси расстояние каждой части автомобиля до центра масс не изменяется и каждая часть передвигается на тот же угол что и вся машина.

Давайте угол вращения машины и его координаты относительно земли обозначим $\boldsymbol{\theta}$. В то время когда на каждую часть машины будут действовать силы, $\boldsymbol{\theta}$ будет двигаться по дуге вокруг центра масс. Небольшое приращение $\boldsymbol{\theta}$ запишем как $\boldsymbol{d\theta}$. Каждая часть автомобиля будет двигаться перпендикулярно линии соединяющей эту часть с центром тяжести. А расстояние перемещения будет пропорционально расстоянию до центра масс автомобиля r_i (число, не вектор) умноженный на небольшое приращение угла $\boldsymbol{d\theta}$. Разделив это на небольшое приращение во времени, которым измеряется движение, мы получим скорость каждой отдельной части

$$\bar{v} = \bar{r}_i\frac{d\theta}{dt} = \bar{r}_i\dot{\theta} \quad (6)$$

Теперь легко применить второй закон Ньютона. Уравняем силу *i*-той части F_i к массе части умноженной на ускорение этой части

$$\overline{F_i} = m_i\bar{r}_i\ddot{\theta} \quad (7)$$

Мы почти закончили с математикой. Если мы умножим обе части выражения (7) на r_i, то левая часть выражения станет крутящим моментом *i*-той части машины вокруг центра тяжести.

$$\overline{\Lambda}_i = \bar{r}_i\overline{F_i} = m_i\bar{r}_i^{\,2}\ddot{\theta} \quad (8)$$

Итак, если мы просуммируем выражения по всем частям нашего списка, то получим:

$$\overline{\Lambda}_i = \left(\sum_{i-1}^{N} m_i\bar{r}_i^{\,2}\right)\ddot{\theta} \quad (9)$$

Заметим, что все части машины будут иметь одну и ту же $\ddot{\theta}$.Обозначим $\sum m_i \bar{r}_i^2$ символом *I* чтобы привести уравнение (9) к виду похожему на второй закон Ньютона.

$$\overline{\Lambda} = \bar{I}\ddot{\theta} \quad (10)$$

Физики любят находить формальные сходства между различными формулами, потому что они могут использовать одинаковые математические приемы для их решения. Сходства также помогают найти глубокие связи во Вселенной.

Как вы уже поняли $\bar{I} = \sum m_i \bar{r}_i^2$ это момент инерции. Для того чтобы его рассчитать для определенной машины, мы должны взять все её составные части, измерить их массу и квадрат расстояния до центра тяжести машины помножить их и сложить. На практике осуществить это очень сложно. Фактически момент инерции измеряют, экспериментально воздействуя на автомобиль заданным крутящим моментом и измеряя скорость вращения.

Также можно увидеть, что ускорение вращения обратно пропорционально I. Так мы возвращаемся назад к вопросу, почему машины с низким моментом инерции отзываются гораздо быстрей на переходах чем машины с большим моментом инерции. Машины с низким моментом инерции спроектированы так, что самые тяжелые элементы, главным образом двигатель, расположены настолько близко к центру масс, насколько это возможно. Перемещение двигателя даже на несколько десятков сантиметров может значительно увеличить момент инерции, поскольку он зависит от квадрата расстояния. Поскольку уравнение (10) это формальный аналог второго закона Ньютона, аналогично следствия справедливы и для него. Машина с небольшой массой будет быстрей реагировать на силы, меняющие прямолинейное движение также как машины с низким моментом инерции будут быстро реагировать на изменения во вращательном движении.

Зачем тогда делают автомобили с большим моментом инерции? Только для того чтобы поставить туда мощный двигатель, который может быть размещен далеко от центра масс. Итак, делайте выбор взять автомобиль с низким моментом инерции, который будет отзываться очень быстро и отказаться от мощности или выбрать машину с огромным двигателем и отказаться от остроты управляемости.

Глава 14. Зачем плавно?

Я вернулся после перерыва в 9 лет. Время летит, не так ли? Последняя глава которую я опубликовал, имела номер 12, и с используемой мной нумерацией главы 13 нет.

После такого долгого перерыва полезно бы было повториться о целях и задачах цикла статей «Физика гонок». Я физик. Ещё я принимаю активное участие в мотоспорте. Для меня было бы почти невозможно не использовать мои профессиональные знания и умения в моем хобби. Поэтому я иногда задумывают о физике гоночных автомобилей.

Больше всего в этом меня привлекает делать полностью оригинальный анализ, который не представляет собой сложный инженерный анализ. Вы можете посмотреть примеры таких инженерных анализов в книгах Фреда Пуна, Вильяма Милликена и Кэрролла Смита ну и у многих других авторов. Я хочу найти голые физические факты, которые стоят за инженерным анализом, но рискую при этом пропустить некоторые детали. Я анализирую вещи с нуля по следующим причинам:

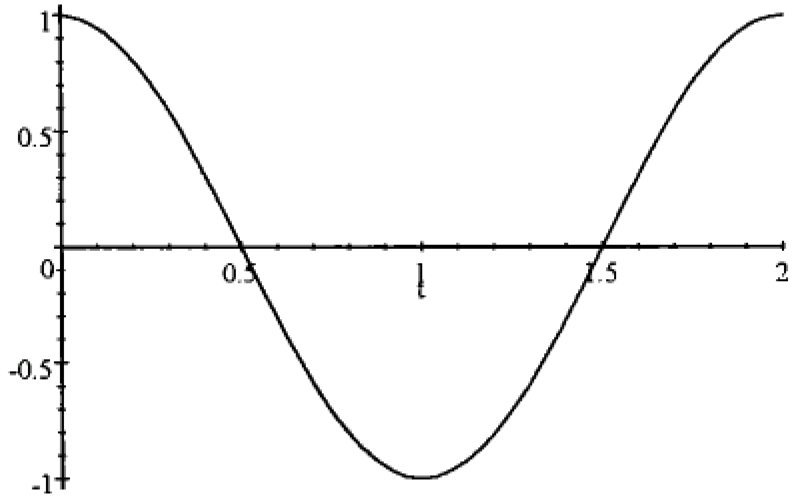
- Я хочу более глубокого понимания, что может следовать только из понимания самых основных(первичных) принципов;
- посмотреть ответ где-нибудь это для меня не интересно;
- Я надеюсь принести свежие идеи в уже существующие вещи

В 1990, один из моих знакомых автокроссеров попросил меня вести ежемесячную колонку в Вестнике SCCA CalClub (SCCA CalClub newsletter). После получения множества хороших отзывов я опубликовал написанные статьи в Internet через Team Dot Net. Тогда Интернет был по-настоящему небольшой, поэтому можно считать, что я просто поделился статьями с другими автокроссерами. С тех пор Интернет стал очень большим, и мои статьи начали самостоятельную жизнь. Я получил тысячи писем от довольных читателей со всего мира и несколько гневных писем (главным образом по статье №4, понятно по какой причине).

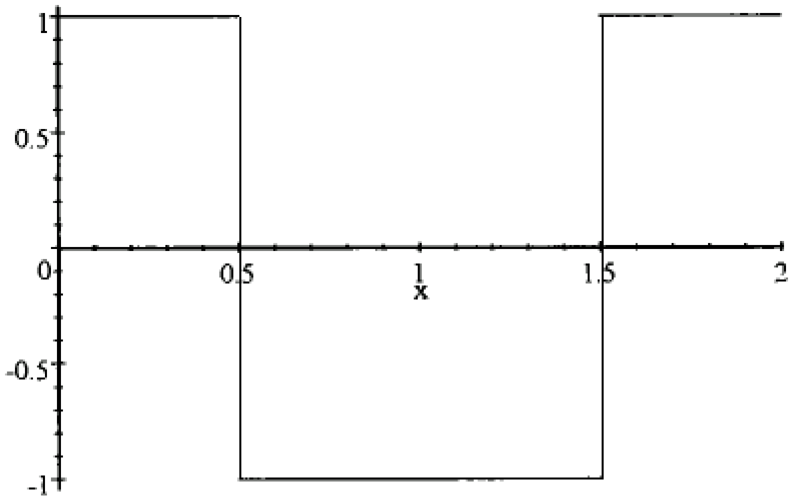
Итак, вернемся к физике. В этом месяце я бы хотел рассмотреть с самых основ, почему так важно управлять плавно гоночным автомобилем. «Плавно» для меня означает избегать рывков, толчков, при использовании газа, тормоза, или при рулении. Очень важно избегать рывков, как в конце маневра, так и в начале. Для примера при рулении вы не только должны начинать поворачивать руль постепенно, но и постепенно останавливать вращение руля. Кроме того, когда вы поворачиваете руль обратно, вы также должны плавно начинать и заканчивать движение рулем. Так полный маневр поворота состоит из четырех плавных действий начала и окончания вращения руля. Полное действие торможения состоит из четырех небольших мини- действий: по одному для начала и окончания надавливания педали и ещё два для начала и окончания отпускания педали. То же самое и для педали газа.

Хорошо, великолепно, но зачем? На первый взгляд, кажется, что возможно быстрей ускорится, нажав педаль резко или быстрей войти в поворот, рывком прокручивая руль. Более того, если мы допустим, что плавность важна, нет ли из здесь исключений? Есть ли ситуации когда лучше будет, ударить по педали или дернуть руль? Насколько плавно нужно управлять? Плавность означает замедление действий органами управления. Очевидно, что можно управлять настолько плавно, чтобы быть недостаточно быстрым и не использовать все возможности машины.

Давайте сначала выясним «зачем». Люди близкие к технике обычно используют свои технические термины для общепринятых слов и явлений. Так, одним из физически точных значений слова «плавно» будет словосочетание «по синусоиде» Синусоида это кривая которая выглядит вот так:



Если мы примем, что угол поворота руля будет пропорционален вертикальной оси Y, а по оси X будет отложено время, то эта картинка будет описывать действительно плавное руление в одну сторону на первой секунде и в другую сторону на второй. Фактически, здесь вы можете увидеть те четыре мини действия, о которых упоминалось выше в виде возвышений или провалов кривой. Итак, вопрос «зачем» в техническом выражении будет звучать «почему управление как на этой кривой будет лучше, чем управление как на нижеприведенной ступенчатой кривой».



Вот ответ: управление по синусоиде лучше, поскольку это соответствует естественной реакции машины! Подвеска автомобиля и шины работают как колебательная система - затухающий гармонический осциллятор (ЗГО). ЗГО может быть в трех состояниях недодемпфированным, чрезмерно демпфированным или критически демпфированным[3]. Недодемпфированная система будет иметь плохой демпфер, в случае машины это будут амортизаторы. Движение недодемпфированной системы будет выглядеть как синусоида. Мы все видели машины с плохими амортизаторами раскачивающиеся вверх и вниз на пружинах.

[3] Коэффициенты затухания <1, >1 и 1 соответственно

В критически демпфированной или чрезмерно демпфированной системе совершается только одно колебание, поскольку демпфер будет препятствовать продолжению колебаний, но даже в этом случае единственное колебание будет иметь синусоидальный вид.

Наиболее важный параметр ЗГО это его частота. В недодемпфированном осцилляторе частота будет соответствовать количеству колебаний за единицу времени. В критически демпфированном и чрезмерно демпфированном осцилляторе частота будет соответствовать резонансной частоте всей системы (частоте свободных колебаний). Другими словами если частота движений будет совпадать с резонансной частота, то машина будет работать с максимально быстрой реакцией. Если движения будут происходить чаще, они будут слишком быстрыми и ЗГО их не сможет затушить и восстановиться перед обратным движением. Если движения будут медленнее, то ЗГО их затушит и в зависимости от дальнейших действий либо будет находится в состоянии покоя либо начнет колебание в другую сторону.

Итак собственно итог: для того чтобы получить максимально быстрый отклик машины при рулении, торможении или разгоне используйте синусоидальную форму воздействия на органы управления с частотой которая будет соответствовать резонансной частоте машины. Если вы будете управлять резче, то системе будет сообщаться избыточная энергия, которую система сможет рассеять только на более низких частотах. Используя органы управления с той частотой и формой, которые резонансной (свободной) реакции машины, Вы заставляете машину делать то, что она на самом деле сможет сделать с максимально возможной скоростью. Если Вы заставляете машину делать что-то рывками, то машина будет колебаться возле заданного положения, рассеивая избыточную энергию, то есть будет идти не с максимальным сцеплением и тратить энергию на колебания подвески. Но есть и исключения. Если передние шины уже скользят то пилот может вернуть сцепление быстрым движением руля выводя колеса на траекторию движения. Быстрый удар по педали газа с выжатым сцеплением для того чтобы совместить обороты двигателя и КПП на переключении вниз это тоже обычная практика. Но когда машина в сцеплении получить максимальную отдачу от органов управления можно только используя эти органы с частотой отвечающей соответствующим осцилляторам в системах рулевого управления, торможения и газа.

Итак теперь мы знаем физику которая стоит за этими явлениями. Обратимся к математике.

Как будет показано ниже частота будет равна $\omega = \pm\sqrt{k/m}$. Где k это жесткость пружин обычно измеряемая в Н/м, а m это подпружиненная масса, измеряемая в кг.

Предположим наши пружины имеют жесткость 175 кН/м и поддерживают вес 362 кг на одном углу машины. Получим собственную частоту системы около 4 Гц. Это соответствует нашему опыту и тому, что нам подсказывает интуиция. Если надавить на угол машины с неисправнымыи амортизаторами то она будет раскачиваться несколько раз в секунду, не очень быстро и не очень медленно. Также мы можем увидеть, что частота имеет квадратичную зависимость от жесткости пружины. Это означает, что удваивание частоты, скажем до 8 колебаний в секунду, будет соответствовать учетверению жесткости пружин до 700 кН/м или уменьшению в 4 раза веса до 90 кг. [Мой друг, Брэд Хаас (Brad Haase) указал, что 4Гц это слишком много для реальной машины. Я ему ответил, что эта работа о фундаментальной теории и содержит только приблизительные расчеты. Тем не менее, он заметил «можешь ты представить 4Гц слалом?». Я вынужден был признать, что 4Гц кажется очень быстрым, но я не мог объяснить разницу. Бред, указал мне на то, что рычаги подвески уменьшают эффективную жесткость пружин и сослался на тему «установочное отношение» (installation ratio) в книге Милликена «Динамика гоночного автомобиля» (Milliken, Race Car Vehicle Dynamics). С тех пор я не ознакомился с этой книгой и могу только отослать Вас к ней. Тем не менее, интуиция подсказывает, что 1 Гц гораздо больше соответствует действительности, и тем самым эффективная жесткость пружин будет 175 / 16 = 11 кН/м.

Как мы получили формулу для расчета частоты? Давайте проделаем последовательность приближений поэтапно. Выполняя расчеты последовательно, мы можем проверить более детальные расчеты на предмет ошибок. Они не будут очень сложны. Первое допущение в наших расчетах это отсутствие амортизатора. Наша модель представляет собой колесо с неисправным амортизатором, когда некоторая масса покоится поддерживаемая пружиной.

Пускай подпружиненная масса будет m. Сила тяжести будет воздействовать на неё вниз с величиной mg, где g ускорение силы тяжести 9,8 м/с^2. Сила пружины воздействует на массу вверх с величиной $k(y_0\text{-}y)$, где k это жесткость пружины, а $(y\text{-}y0)$ это величина проседания пружины от свободного состояния (в формуле используется обратная формула для того чтобы учесть что сила будет всегда с противоположным знаком, действуя в направлении обратном деформации). Мы можем упростить наши расчеты, приняв координатную систему, в которой $y_0 = 0$. Такого рода хитрости очень полезны в физике, даже в очень сложной.

Нет ничего плохого в том, что наша модель не учитывает амортизаторы, вес колеса и вес самой пружины. Вес колеса называется неподрессоренным (неподпружиненым). Вес самой пружины частично подпружинен. Мы не будем учитывать эти обстоятельства в этой главе. Сегодня мы только учтем влияние амортизаторов.

Далее нам снова понадобится первый закон ньютона. Общая сила действующая на массу это $–ky – mg$. Масса умноженная на ускорение это $m(dv_y/dt) = m(d^2y/dt)$, где v_y это вертикальная скорость перемещения массы и dv_y/dt это ускорение. Эта скорость в свою очередь, это скорость изменения y координаты подпружиненного тела, то есть $v_y = (dy/dt)$. Поэтому ускорение это вторая производная изменения y и мы можем её записать d^2y/dt^2, также как это впервые записали Ньютон и Лейбниц 350 лет назад. Теперь у нас есть следующее уравнение динамики нашего подпружиненного тела.

$$F = ma = m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky - mg$$

Давайте разделим всё уравнение на m и перенесем все члены влево

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k}{m}y + g = 0$$

С учетом

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Запишем

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y + g = 0$$

Нам нужно решить это уравнение для y как фунции времени. Давайте предположим

$$y = A + Be^{C\omega t}$$

Тогда

$$\frac{dy}{dt} = C\omega B e^{C\omega t} = C\omega(y - A)$$

И

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = C\omega \frac{dy}{dt} = (C\omega)^2 (y - A)$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega^2 y + g = (C\omega)^2 y - A(C\omega)^2 + \omega^2 y + g \\
&= \omega^2 (C^2 + 1) y - (A(C\omega)^2 - g) \\
&= 0 \Leftrightarrow C^2 = -1 \;\; and \;\; A = -g / \omega^2
\end{aligned}$$

Итак, возможны два решения $y(t) = A + B_1 e^{i\omega t}$ и $y(t) = A + B_2 e^{-i\omega t}$. Фактически, зависимые от времени части этих выражений могут действовать одновременно, поэтому мы можем для общего случая записать $y(t) = A + B_1 e^{i\omega t} + B_2 e^{-i\omega t}$. Значения B_1 и B_2 определяются двумя начальными условиями, то есть величинами $y_0 = A + B_1 + B_2$ и $(dy/dt)(0) = i\omega(B_1 - B_2)$.

Давайте избавимся от комплексных чисел и запишем:

$$\begin{aligned}
&B_1 e^{i\omega t} + B_2 e^{-i\omega t} = B_1(\cos\omega t + i \sin \omega w t) + B_2(\cos\omega t - i\sin\omega t) \\
&= (B_1 + B_2)\cos\omega t + i(B_1 - B_2)\sin\omega t \\
&= C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t
\end{aligned}$$

С учетом этого упростим начальные условия:

$$y(0) = C_1; \;\; v_y(0) = \omega C_2$$

Теперь просто ввести амортизатор. Амортизирующая сила пропорциональна скорости, поэтому пока нет движения, нет и амортизирующей силы. Каждое колесо приблизительно можно описать следующим выражением:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \gamma \frac{dy}{dt} + \omega^2 y + g = 0$$

Где $\omega^2 = k/m$ и $\gamma = \delta / m$.

Если

$$y = A + Be^{C\omega t}$$

Тогда

$$\frac{dy}{dt} = C\omega B e^{C\omega t} = C\omega(y - A)$$

И

$$\frac{d^2y}{dt^2} = C\omega\frac{dy}{dt} = (C\omega)^2(y - A)$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2y}{dt^2} + \gamma\frac{dy}{dt} + \omega^2 y + g = (C\omega)^2(y - A) + C\gamma\omega(y - A) + \omega^2 y + g \\
&= ((C^2 + 1)\omega + C\gamma)\omega y - (AC\omega(C\omega + \gamma) - g) \\
&= 0 \Leftrightarrow \omega C^2 + \gamma C + \omega = 0 \;\; and \;\; AC\omega(C\omega + y) = g
\end{aligned}$$

Для решения квадратных уравнений мы помним формулу $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$. Это дает нам ответ для *C*:

$$C = \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4\omega^2}}{2\omega}$$

Я оставлю простую арифметику для *A* и для начальных условий читателю. При $\gamma = 2\omega$ система будет критически демпфированной, при $\gamma > 2\omega$ чрезмерно демпфированной и при $\gamma < 2\omega$ система будет недодемпфированной. В недодемпфированной системе *C* будет иметь мнимую составляющую и экспоненциальные колебания. В остальных случаях после импульса система будет совершать только одно колебание, и приходить в состояние покоя.

Для любого, кто разобрался в этой математике, будет интересно построить несколько кривых и проверить мои расчеты. Если Вы найдете ошибку, пожалуйста, сообщите мне (я, как обычно, сделал все расчеты сам).

Можно улучшить это описание, используя системы уравнений, которые будут описывать все 4 колеса вместе. Но тогда бы было намного больше математики без улучшения физической основы, из которой следует, что плавное управление будет более предсказуемо, а управление рывками будет менее предсказуемо. Другое улучшение, которое можно сделать, это добавить неподрессоренные и частично подрессоренные веса.

Глава 15. Неровности на дороге.

Брайан Бекман, доктор наук,
Джерри Кач[4]

В этой главе мы рассмотрим как эффект от проезда неровностей будет меняться в зависимости от скорости. Любой знает что неровности будут проходится, с бОльшим эффектом на большой скорости. Толчок, который будет заметным на скорости 80 км/ч, будет очень болезненным на скорости 160 км/ч. А что насчет скорости 320 км/ч? Будет ли толчок лишь немного более жестким или он будет настолько жестким, что Вы выбьете себе зубы или, что ещё хуже, потеряете управление. Могут ли неровности быть ограничивающим фактором для скорости поворота? В аэродинамике автомобиля может неровность быть причиной неожиданной потери прижимной силы или сцепления? Для анализа таких вещей нам нужно понимать изменение влияния неровностей в зависимости от скорости

Давайте потратим немного времени на то, чтобы объяснить, откуда появилась эта тема. В частности, зачем любителю беспокоится о неровностях на скорости 320 км/ч? В автокроссе скорости низкие, чтобы дать возможность любому безопасно ездить на пределе. Если кого-нибудь развернет в автокроссе, то в этом не будет ничего страшного. Низкие скорости ещё означают, что не очень большие кочки не будут играть большой роли. На реальной гоночной трассе скорости будут выше настолько, что на кочках можно потерять управление. Но скорости там далеко не всегда намного выше и редко достигают 300 км/ч. Можно указать только два места, где движение с высокой скоростью будет занимать много времени это: скоростные овалы и гонки open-road. Скоростные овалы это специализированные гонки, в которых редко встречаются любители. Поэтому сфокусируемся на любителях, на гонках open-road.

В главе 11 мы рассмотрели торможение с 320 км/ч на гонке Silver State Challenge (SSC) в Неваде. Мой соавтор Джерри Кач и я только что были на гонках Nevada Open Road Challenge - 2000 (NORC).

Это майская версия SSC в Неваде, а само SSC проходит в сентябре. Во всех остальных аспектах NORC и SSC это одно и то же. Для большинства из 230 участвовавших автомобилей это гонки на скорость и гонки время-скорость-дистанция (TSD). В каждом из шестнадцати TSD классов побеждает автомобиль, который проехал, как можно более близко к требуемой скорости. Классы TSD разделенные через каждые 5м/ч (8км/ч) от 95 до 170 м/ч включительно (150-270км/ч), с отрезками с низкой и с высокой скоростью введенных исходя из соображений безопасности. Ещё есть класс без ограничений, в котором побеждает быстрейший автомобиль. В этом году в майской гонке победитель класса без ограничений проехал со средней скоростью 333 км/ч дистанцию в 144 км. Максимальная скорость достигала 365 км/ч. Джерри и я ездили в классе 210 км/ч с максимальной скоростью 265 км/ч.

Гонки SSC и NORC представляют собой заезд на 144 км по хайвэю 318 из Ланд в Хико в Неваде, проходящему примерно параллельно кротчайшему пути из Твин Фоллс в Лас Вегас. Направление заездов с севера на юг по дороге в удаленной пустыне, которая невероятно красива. Здесь находишься постоянно под впечатлением, что если задержишься здесь, то непременно умрешь в течение нескольких часов от жары и обезвоживания. Она великолепна!

Гонки на трассе 318 проходят без перерывов с 1988 года. В 1990 и 1991 Марк Торнтон, мой знакомый автокроссер сделал из своего Corvette Super Stock 1986г. Nevada-car. Марк и я владели почти одинаковыми SS, и мы часто менялись машинами на автокроссах. Так случилось, что эти машины были почти такими же как известный желтый SS Роджера Джонсона, многократного чемпиона, который если я не ошибаюсь, до сих пор ездит на SS. Я

[4] Brian Beckman PhD, and Jerry Kuch

знаю, что Роджер ездил за рулем моеей машины. Я не знаю водил ли он когда-нибудь машину Марка, но я делал это много раз.

Марк, ныне покойный, был немного плохим парнем, и шоссе 318 было как раз тем местом, которое его привлекало. Легенды гласили, что соревнования организовывались теми, кто участвовал в старых нелегальных заездах. Конечно, NORC и SCC проводились со всеми необходимыми санкциями и полностью легально, несмотря на то, что трассу приходится закрывать для общего пользования и использовать только для гонок.

Неудовлетворившись TSD классами Марк решил переделать свою черную машину для класса без ограничений. Я был с Марком, когда он загонял свою машину Дику Гулдстранду, для доработки подвески, по усмотрению Дика. Я был с ним, когда машина поехала к Джону Лингенфелтеру для доработки мотора необходимой для езды со скоростью 320 км/ч. Я встретился с Марком в Лас-Вегасе и помогал ему готовить машину к гонкам. Я сделал несколько перегазовок для прогрева резины и с мощностью около 600 л.с. я скажу, что машина была очень быстра. Вы можете просмотреть характеристики этой машины здесь http://www.angelfire.com/wa/brianbec/foober.htm.

К несчастью, в день гонки на машине загорелось масло на первой шестимильной прямой по причине того что головки были слишком близко к масляному фильтру. Обязательная система пожаротушения сохранила Марка и его машину. И я помню, как мы возвращали машину домой. Через год Марк выиграл Триатлон мотоспорта, который проводился журналом о хотродах и если я не ошибаюсь, повторил свой успех в 92. Я говорю, что эта машина была на обложке журнала где-то в те два года, но я это не проверял.

Я поехал в штат Вашингтон и потерял связь с Марком, который погиб в аварии не связанной с мотоспортом. Марк не был однообразным, и даже его враги говорят что он был по-настоящему выдающимся пилотом с обаятельным, веселым и сложным характером. Многие автокроссеры которые ездят до сих пор его помнят.

По глупой случайности я наткнулся на продажу Nevada Car Марка во Флориде в 1999. Я был в Сиетле, слишком далеко, чтоб совершить сделку, но это была судьба. Я ездил много раз на этой машине, собирал её, был другом её создателя. Она должна была достаться мне, не так ли? Более того я ДОЛЖЕН был опять поехать на ней в Неваду, не так ли?

Я купил машину и начал комплексную работу по её подготовке к NORC. Никто не подумает ездить на машине со скоростью 320 км/ч без полной проверки. Энергия машины на 320 км/ч в четыре раза больше чем её энергия на скорости 160 км/ч и в 16 раз больше чем на скорости 80 км/ч. Более того, машина активно участвовала в гонках open-road в эти годы, и было самое время приостановиться и всё проверить. Никто не захочет, чтобы заклинил мотор или сломался элемент подвески на скорости 180 км/ч, не говоря о 320 км/ч.

С двумя месяцами запаса стало очевидно, что машина не будет готова вовремя. От греха подальше я попросил механиков не торопиться, если они не уверены что всё будет сделано, верно. Стандарты безопасности для работ для высокоскоростных машин должны быть значительно выше, чем для обычных дорожных или автокроссовых машин. Эти стандарты должны быть схожи с тем, что применяют в авиации. Спешка неприемлема в авиации и я применил тот же подход к машине. Как я писал, конечной целью было участие в SCC и NORC в 2001 и 2002 годах.

Я уже собирался участвовать в гонке NORC 2000 года, поэтому я поставил каркас безопасности в мой Mallett 435 98 года. Это другая легендарная машина, я не собирался на ней участвовать в высокоскоростных гонках до последней минуты. Передачи были установлены в спешке. Глядя в прошлое, я сделал это решение без каких либо сожалений. Машина действительно вернулась к жизни в NORC и я потом участвовал на ней в нескольких других высокоскоростных гонках.

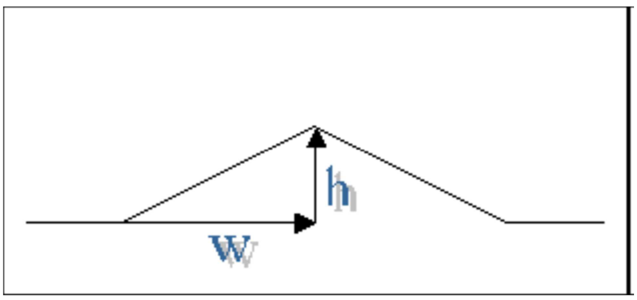
Наш план заезда состоял в том, чтобы ехать со скоростью до 265 км/ч. в течение нескольких минут. Частью плана было проделать испытания по трассе, естественно с разрешенной скоростью. На этом испытании мы отметили несколько неровных мест. Проходить их со скоростью 110 км/ч было страшно, но мы должны были знать, чего ожидать на скорости 265 км/ч. Поэтому прямо тут, в неизвестной глуши мы достали конверты, перевернули их, достали ручки из карманов и начали быстро писать. Гики гонщики в чистом виде.

Давайте потратим минутку и вспомним цели и методы расчетов на обратной стороне конверта (ОСК) которые описаны в главе 3. Часто нужно просто сделать грубую оценку или определить тенденцию. Часто это гораздо проще, чем дать точный и детальный ответ. Фактически простые расчеты могут быть выполнены на обратной стороне конверта прямо на месте. И это ключевой момент. Нам нужна просто идея как влияние неровностей будет меняться от скорости, и нам это нужно было прямо там «в поле».

Другим плюсом расчетов ОСК будет то, что это быстрая оценка достоверности числовых данных в лаборатории. Сложный инженерный анализ обычно включает в себя дюжины взаимосвязанных формул, которые решаются на компьютере с результатами, которые выводятся в виде таблиц, графиков, диаграмм. Интуитивно оценить здесь ничего не получится. Иногда просто глядя на таблицу или диаграмму невозможно сказать, верны ли результаты. С другой стороны для того чтобы сделать расчет ОСК часто приходится делать значительные упрощения, например рассмотрение машины как абсолютно твердого тела, рассмотрение её траектории без учета ширины или рассмотрение без учета влияния подвески или даже рассмотрение явлений с учетом того что масса автомобиля концентрируется в одной точке. Но несмотря на это результаты обычно не очень сильно отличаются от точных данных и разницу обычно можно объяснить простыми не численно выраженными явлениями. Если точные расчеты и расчеты ОСК различаются очень сильно тогда нужно всё очень внимательно проверить. Вероятно, ошибка будет в каком-то из расчетов.

Расчет ОСК это в действительности полуколичественный метод физического анализа. Эта книжка о физике гонок в противовес книжкам об инженерии гонок. Мы в первую очередь интересуемся фундаментальными теоретическими причинами объясняющими поведение автомобиля. Тенденция и грубые предположения, которые мы получаем в расчетах ОСК часто здесь работают. И мы будем всегда нацелены в первую очередь на физику.

Как обычно для обратной стороны конверта мы начнем рассматривать модель упростив её до таких кондиций чтобы мы смогли её легко решить. Примем кочку на дороге как пару одинаковых треугольников, один поднимающийся, другой опускающийся.



Пускай ширина каждого треугольника будет w а высота h. Допустим, машина будет приближаться к кочке с горизонтальной скоростью v. Для рассмотрения влияния кочки давайте ответим, какая вертикальная скорость будет у машин? Если мы допустим, что машина твердое неупругое тело, мы получим бесконечное ускорение в момент контакта с углом треугольника. Мы получим ещё два раза бесконечность на других переломах кочки. Однако мы знаем, что шины и колеса сгладят эти внезапные импульсы. Расчет эффекта сглаживания шиной и подвеской кочек слишком затратен по времени даже если бы имели под рукой компьютер. Однако мы можем сделать полезные расчеты, если допустим, что ускорение будет происходить на всей поверхности кочки.

Если кочка будет пологой ($h << w$) а машина будет ехать быстро, горизонтальная скорость не будет меняться очень сильно и машина преодолеет верхнюю точку кочки за время $t = w/v$. За это время машина продвинется вверх на расстояние h , таким образом, вертикальная скорость машины будет $v_y = h/t = vh/w$. Отсюда вертикальное ускорение будет

$$a_y = v_y / t = h/t^2 = v^2 h/w$$

Ого, из расчетов видно, что влияние кочки имеет квадратичную зависимость от скорости. Кочку, которую вы просто заметите на скорости 80км/ч, будет в 16 раз более чувствительна на скорости 320 км/ч, и определенно привлечет ваше внимание. Небольшая кочка, которую мы едва заметим на скорости 110 км/ч, будет в $(260/110)^2$ = 5,5 раз хуже на планируемой нами скорости. Расчеты также показывают, что чувствительность кочки будет обратно пропорциональна высоте. Более широкая кочка будет менее заметной. Это похоже на правду.

Теперь давайте немного проработаем анализ. Закон сохранения энергии ведет к тому, что горизонтальная скорость машины будет меняться. В нашем упрощенном двумерном расчете вектор скорости состоит из двух компонентов, вертикального и горизонтального. Численно он будет описываться уравнением:

$$|\bar{v}|^2 = v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

эта формула будет работать и на ровном участке дороги и на кочке, безотносительно уклона. Здесь мы всегда предполагаем что «вертикально» означает в направлении силы тяжести Земли. Если мы будем считать что кинетическая энергии движущейся машины не будет манятся то $\frac{1}{2}mv^2$ будет величиной постоянной. Отсюда v^2 будет оставаться постоянной. На поднимающемся склоне кочки будет, вспомним тригонометрию:

$$v_x = v\cos(\arctan(h/w)) = vw/\sqrt{h^2 + w^2}$$
$$v_x = v\sin(\arctan(h/w)) = vw/\sqrt{h^2 + w^2}$$

Давайте обозначим $r = \sqrt{h^2 + w^2}$, тогда $v_x = vw/r$ *и* $v_y = vh/r$. Используя такой же метод расчета, получим вертикальную скорость v_y за время $t = w/v_x = wr / vw = r/v$. А вертикальное ускорение:

$$a_y = \frac{v_y}{t} = \frac{vh/r}{r/v} = \frac{v^2 h}{r^2} = \frac{v^2 h}{h^2 + w^2}$$

По-прежнему, эффект от кочки имеет квадратичную зависимость от скорости. Просто теперь, проезд кочки будет занимать немного большее время. Единственное отличие от первой формулы $v^2 h / w$ это появление в знаменателе h^2.

Рассмотрим случай короткой и высокой кочки. Этот случай не был учтен в первом расчете, в котором предполагалось что $h << w$. Здесь на высокой кочке $h^2 >> w^2$ и $a_y = v^2 / h$ будет означать, что чувствительность кочки будет снижаться линейно с увеличением высоты. В границах нашей модели это появилось потому, что более высокая скорость даст большее расстояние, на котором будет увеличиваться вертикальная скорость, но интуитивно это не кажется верным. Высокая кочка должна быть хуже, не так ли?

Более того, конечно при постоянном газе кинетическая энергия машины будет изменятся поскольку сила тяжести будет снижать вертикальную скорость. Поэтому в следующей итерации расчетов мы должны уменьшить a_y на $g = 9{,}8$м/с^2.

Эффект от кочки от этого не станет хуже и очевидно, что здесь мы уперлись в ограничения налагаемые анализом ОСК. Для того чтобы преодолеть эти ограничения рассмотрим два вопроса (1) что насчет опускающейся стороны? и (2) что насчет ям?

Что насчет опускающейся стороны кочки, то упрощенная до жесткого тела машина будет просто следовать баллистической орбите от вершины кочки. Конечно реальную машину, эластичные колеса и подвеска сохранят в контакте с дорогой, но .небольшая потеря веса на некоторое время будет получаться по причине отбоя шин и пружин подвески. Тем не менее, любой знает, что баллистический снаряд следует по параболической орбите. Поэтому наша жесткая машина будет находиться в воздухе так долго, пока парабола от вершины кочки будет идти над поверхностью кочки. При простой модели кочки парабола будет всегда начинаться на вершине поднимающейся части и пересекать дорогу снова где-нибудь на опускающейся части или уже на плоской части дороги, в зависимости от горизонтальной скорости.

Что касается ям, то в противовес кочкам, жесткая машина будет находиться в баллистической фазе перед тем как начнет ускоряться вверх. В этом месте мы опять уперлись в ограничения модели. Но давайте вспомним, что предполагает ОСК, это получение общей тенденции и цифр в полевых условиях. Главное что мы хотели найти это то, как эффект от кочки меняется в зависимости от скорости автомобиля. И мы нашли простой ответ, в квадратичной зависимости. Мы видим несколько обстоятельств, где наша модель отклоняется от того что нам подсказывает интуиция и реальность, и это то что можно улучшить вернувшись в лабораторию.

Первое что нужно отметить, это то, что мы нарисовали пару треугольников для обозначения кочки. Сделали это мы только для того чтобы сосчитать время на преодоление кочки. Это не динамический анализ, выполненный надлежащим образом, в котором мы должны использовать законы Ньютона для того, чтобы описать движение автомобиля вниз и вверх по кочке. На первый взгляд можно сделать динамический анализ введя массу в уравнения. Мы нигде в расчетах ОСК не использовали массу. Динамический анализ обычно очень сложен для выполнения наспех, поскольку там используются дифференциальные уравнения, решаемые почти всегда на компьютере.

Ещё одна проблема касается нашей упрощенной геометрии кочки. Как уже отмечалось, строго говоря, эффект от кочки на твердое тело бесконечен, независимо от скорости. Причина следующая: машина получает вертикальное ускорение мгновенно, за время равное нулю, в тот момент, когда достигает точки. Поэтому скорость изменения вертикальной составляющей скорости, то есть ускорение будет бесконечно, когда машина достигнет кочки и затем будет равно нулю после прохождения верхней точки кочки.

Список необходимых улучшений нашей модели, которые нужно будет включить:

Более плавную геометрию кочки, принимающую во внимание тот факт, что начало кочки не может быть математически одномоментным. Нарисуем некоторую синусоиду или экспоненциальную кривую;

Интегрируем уравнения движения по кочке;

Более тщательно проработанную модель машины, включающую влияние гибких шин, пружин, амортизаторов, геометрию подвески, распределение веса, момент инерции и всё остальное. Это повлечет за собой разработку подвески.

Эти улучшения ведут нас прямиком в лабораторию. В идеале мы будем делать компьютерную модель. Как я давно говорил это конечная цель этой работы. Лучше поздно, чем никогда, правда?

Замечание к главе 14, зачем плавно. Последняя глава Физики гонок породила дебаты по поводу реальной величины жесткости пружин изменяемую «установочным отношением» Основной момент, породивший эту дискуссию - является ли 4 Гц реальной резонансной частотой реального автомобиля. Кажется, что это определенно слишком быстро для машины. С тех пор как я написал главу 14, я познакомился с Группой С Спорткаров Ferrari. Это автомобили, подготовленные для гонки Le Mans с маломощными и надежными двигателями. Это аэродинамически совершенные машины с граунд эффектом, которые позволяют добиваться 2,7g в поворотах и 4g на торможении. Дорожный просвет этих машин составляет лишь 10 мм, и они не должны цеплять днищем на кочках. Поэтому жесткость пружин там составляет 2450 кН/м. Я не знаю установочного отношения на этих машинах, но я думаю, что их резонансная частота будет больше чем 4 Гц.

Глава 16. RARS, простой гоночный симулятор

Если вы читали предыдущие главы, Вы знаете что цель моей работы – создать гоночный симулятор. Я несколько раз обдумывал написать новый симулятор либо начать со стороннего уже работающего симулятора. Десять лет назад, когда я начал писать этот сборник, выбор был прост, потому что готовых симуляторов не было. С тех пор ситуация поменялась, сейчас есть по крайней мере одна отлично сделанная программа в свободном доступе.

Вывод результатов имеет неоспоримые преимущества, но противоречит одной из далеко идущих целей этого сборника. То есть создание больше полностью оригинальной работы, чем повторение информации, которую Вы можете почерпнуть в других источниках. Кроме того, было бы нелепо открыть законы Ньютона заново, поэтому я взял их как данность. Похожим образом я заключил, что было бы нелепо изобретать устройство симулятора. Это было бы слишком большим отступлением от Физики Гонок, и для этого надо было бы выполнить следующие работы:

- Управление памятью, окнами, графикой, выводом данных и т.д.;
- Языки программирования, создание скриптов, объектные технологии;
- Технологии симуляции, временная дискретизация, событийность, динамические решения;
- Структуры данных для описания трасс и машин
- Выбор системы координат.

Всё это, хотя и интересно, но не относится к физике. Более того, сейчас это всё уже более или менее обыденно. Для нас не слишком важно, что выбрать по этим пунктам, если есть уже базовые платформы, в которых выбор уже обоснованно сделан. Поэтому, лишь с небольшими колебаниями я сделал выбор начать с уже существующей программой. Мой выбор это RARS – Robot Auto Racing Simulator. Это отличная, и неожиданно простая платформа для программистов для экспериментов с робототехникой. Его назначение это поддержка распределенных виртуальных гоночных соревнований, в которой участники создают роботов-пилотов, с которыми и участвуют в соревнованиях. Последнее соревнование, которое я смог найти было проведено в 1999 году. Это не до предела реалистичный симулятор, и он никогда не предполагался таковым. Его физика упрощена таким образом, чтобы основным занятием соревнующихся было созданием роботов, а не борьба с детальной и реалистичной физикой. В этот симулятор включена работающая инфраструктура и достаточно информации описывающей знаменитые трассы. В конце концов, до сих пор RARS бесплатен.

Упрощения, сделанные в RARS, делают его отличной стартовой точкой для улучшения физики без необходимости изобретать второстепенные стороны гоночного симулятора. Отметим, что RARS создавался с открытым кодом, и изначально программа была сделана такой, чтобы её было легко модифицировать. Обычно модификация для соревнующихся заключается в создании новых роботов. Несмотря на это изменять физику настолько просто, насколько мне это необходимо. Теперь, когда у меня есть программа, мне необходимо изменить или роботов, или возможно создать свою новую, публичную гоночную серию, где новых роботов будут писать участники. Только время покажет, что будет работать лучше. Как обычно, я буду делать изменения пошагово, не отклоняясь слишком сильно от работающей базы. Эта стратегия не только позволит держать изменения под контролем, но ещё также позволит мне объяснять, что происходит шаг за шагом. Поэтому я создам копию исходных кодов, изменю название на RARSEP (RARS Enhanced Physics – RARS, улучшенная физика). Я буду выкладывать исходные коды с моими изменениями в интернете, чтобы сделать проект доступным для обновления.

Моя первая цель использования RARSEP это нахождение оптимальной гоночной траектории. В частности, мне необходимо найти способ ответить на вопросы о гоночной траектории, такие как кратчайшая траектория или траектория с наивысшей скоростью в определенном элементе трассе обеспечит кротчайшее время прохождения всего трека с этим элементом. Этот вопрос это часть «чтения трассы» - одной из задач любого пилота. На практике это метод проб и ошибок включающий искусство, опыт и эксперименты.

Для примера, недавно на треке я занимался с двумя инструкторами, которые провели именно на этом треке много часов и которые спорили об одной связке медленных поворотов. После некоторого времени споров и насилования доски они пришли к мнению, что классическая траектория, которой они следовали годами, вероятно, не является самой быстрой. Это порадовало автокроссеров и они решили, что автокроссерская траектория вероятно быстрее, чем классическая траектория.

Автокроссеры тратят много времени и усилий для нахождения быстрейшей траектории в медленных поворотах, в то время когда классические пилоты ищут быстрейший способ пройти быстрые повороты. Нет конца чтению материалов в поддержку классической гоночной траектории, заходить в поворот настолько широко насколько это возможно, трейл-брейкинг, возвращение к ускорению в первой половине поворота, нажатие на газ, поздний апекс итд. Чаще всего, автокроссеры считают, что быстрее просто цепляться за внутреннюю часть поворота, что обеспечит быстрейшее время. Почему? Есть ли этому, какое то научное объяснение?

Может быть и те и другие правы? Или может быть и те и другие ошибаются? Что насчет промежуточных случаев со среднескоростными поворотами?

Это пример вопроса, который мы хотим решить при помощи программы симулятора. Было интересно, что инструкторы обсуждают медленные повороты, но никто не обсуждал, что быстрые повороты должны проходиться классически. Существует предположение, что медленные повороты это те повороты, которые не намного больше машины. Может ли быть так, что классическая гоночная траектория не оптимальна? Опытные автокроссеры, когда проходят такие повороты даже не задумываются и входят внутри и плотно, или бросают и ловят машину (toss-and-catch the car). Инструкторы должны, следуя классической теории, проходить повороты широко, заходя поздно, и тем самым теряя время на то чтобы следовать классической гоночной траектории в поворотах которые не намного больше машины. Но возможно ли что классическая теория не лучший способ прохождения медленных поворотов? Возможно, здесь есть другие факторы? Возможно ли что размер поворота будет такой, что невозможно будет различить «автокроссовый» поворот от «классического»?

Будет ли играть роль контекст, близок ли поворот к другим поворотам или близок к прямым? Кажется, что даже очень опытные пилоты на некоторых трассах иногда открывают новые способы улучшить траекторию. Некоторые из этих улучшений зависят от меняющихся условий, таких как погода, или определенная машина или её настройка. На многих трассах есть каноническая «дождевая траектория» которая отличается от «сухой траектории» Я ещё бы поставил на то, что машины кубка Винстона ездят по другим траекториям в Сирс Поинт и Воткинс Глен, чем машины с граунд эффектом и большой прижимной силой, такие как формулы. Некоторые улучшения траектории будут настолько глубоки, постоянны и не меняться что буду ускользать от пилотов при анализе.

Вкратце, то, что мы собираемся решить сначала с RARSEP это способ найти ответы на эти вопросы. Я начну с Windows порта RARS версии 074, который вы можете взять в исходных кодах по адресам:

http://users.skynet.be/mgueury/rars/rars.html
http://rars.sourceforge.net/

Я выбрал порт Windows, поскольку это наиболее удобно для меня. У меня уже есть работающие системы разработки для Windows, в то время как для других платформ мне придется тратить деньги и время. Исходный код RARS мультиплатформенный, и может быть использован и под Linux и под Windows. Код очень хорошо разбит на части, таким образом, что платформозависимые биты отделены от платформонезависимых. Всё что я собираюсь делать находится в платформонезависимой части программы, и должно собираться для всех платформ. Тем не менее, у меня не будет возможности проверить мои изменения на всех платформах – Физика Гонок это не упражнение по разработке программного обеспечения. Хотя я и не собираюсь делать изменения которые не будут работать под другими платформами существует риск что я могу по невнимательности сделать что некоторые файлы будут требовать некоторой доработки на других платформах. Я прошу моих читателей сообщить мне, если им будет об этом известно. Веб сайты содержат очень подробное описание, как собрать и запустить программу и написать роботов. Для написания робота необходимо понимание существующей физической модели RARS. Подобно этому, для улучшения физики нам необходимо знать эти-же вещи. Теперь очевидно, что лучший способ улучшить физику пошагово будет заключаться в написании роботов, но этот подход может измениться со временем. Предмет этой установки Физики Гонок, таким образом, заключается в во введении в существующую физику RARS с планированием её возможных улучшений. Я очень благодарен авторам за RARS и надеюсь, им понравится, что я делаю с их работой. Программа очень проста в установке, запуске, понимании и улучшении. Я рекомендую вам скачать её и следовать за мной в её улучшении. Несмотря на это мои статьи самодостаточны, и вам не нужно будет собирать и запускать RARS для того чтобы понять что я делал.

Я нашел другой независимый проект улучшения RARS. Он называется TORCS и его можно найти по адресу http://torcs.free.fr Он включает в себя некоторые улучшения, которые я собирался сделать, но его цели близки к целям RARS, а не моим. Он выглядит многообещающе, но в нем есть три особенности, которые делают его неподходящим для меня.

- Он незакончен, в то время как RARS полностью функционален.
- Он предназначен для Linux. У меня нет средств разработки для Linux, и для меня займет много времени и денег получить их сейчас.
- Как обычно, слишком сильное использование чужих наработок делает тему для меня не интересной

Тем не менее, я буду следить за TORCS. Он может стать очень грозным!

Мой первый подход в адаптации RARS для поиска оптимальной траектории это написание робота, который может обучаться поиску новых траекторий, делая небольшие изменения в траектории на каждом круге, как это делал бы пилот-человек. Это один из видов вариативного подхода, общепринятого в физике. Робот для поиска траекторий (РПТ) будет строить внутреннюю память текущей траектории и всего что он обнаружит на треке. Затем он будет улучшать траектории, и если время круга уменьшается продолжать улучшать траекторию в том же направлении, в ином случае он будет сбрасывать улучшения и пробовать другие способы. Для уменьшения возвратов он будет начинать улучшения с другой части траектории.

Робот будет расходовать много вычислительных ресурсов и не будет конкурентоспособным в RARS. Несмотря на это, напомню что в RARSEP у нас другие цели. Также, этот план может потребовать значительных затрат времени и растянутся на несколько статей. Он может вообще не заработать. Как обычно я расскажу Вам об том, как это будет проходить.

Давайте рассмотрим существующую физическую модель. Алгоритм RARS дьявольски прост, это правильный компромисс между физичностью достаточной для того чтобы не слишком сильно усложнить написание роботов. Каждый шаг симулятор дает каждому роботу **ситуационную структуру**, и робот отвечает командой или управляя структурой. Ситуационная структура состоит из текущего положения и скорости автомобиля относительно трассы, стены и другие автомобили.

Управляющая структура объявляет желательный **угол увода** – который грубо представляет собой угол поворота рулевого колеса и желательную скорость – которая грубо представляет собой ускорение (положительная) или торможение (отрицательная). Управление взаимодействует с дорогой посредством фрикционной модели шины, создавая силу, которая ускоряет автомобиль. Сила ограничена мощностью выдаваемой двигателем, поэтому не всегда возможно, что *вся* сила, которую *могут* передать шины будет приложена, поскольку двигатель может её не предоставить. Поэтому желаемая скорость это не та скорость, которая будет достигнута.

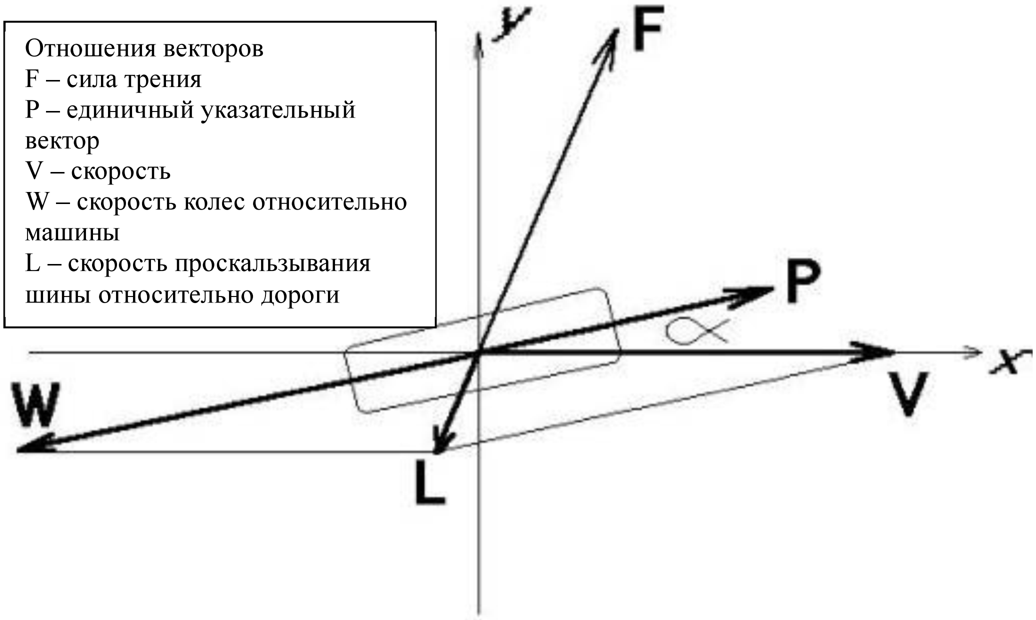
Одна из причин, по которой RARS прост это то, что он двумерный. В нем существует три правосторонних системы координат. Первая это **земля**, почти инерциальная система отсчета неподвижная относительно дороги. Силы и ускорения рассчитанные в этой системе инерциальны. Вторая система отсчета это **автомобиль**. Ось x автомобиля указывает вперед, а ось y – указывает на левую сторону водителя.

Третья и последняя система отсчета связана с **путем**, и вектором скорости автомобиля. **Касательный** компонент любого вектора направлен по оси X **пути**, и **перпендикулярный** компонент вектора направлен по оси Y. **Автомобильная система отсчета** будет совпадать с **путевой** только тогда когда угол увода будет равен 0.

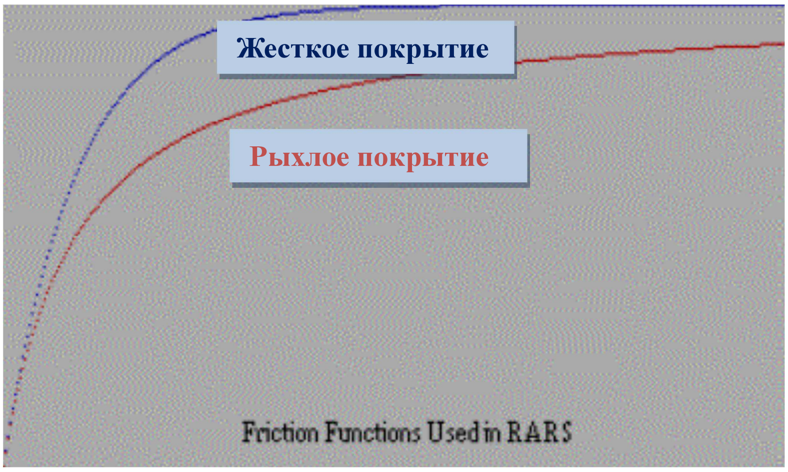
Следующая таблица, это адаптированная документация программы, суммирующая физическую модель:

V	Вектор скорости автомобиля по отношению к земле
v	Наземная скорость – модуль V
P	Вектор указывающий вперед автомобиля
α	Угол увода (выходная команда робота), которая разделяет P и V. А положительная когда автомобиль указывает влево от V, при сносе в левом повороте.
W	Вектор скорости пятна контакта резины относительно машины. Всегда указывает обратно направлению x
vc	желаемая скорость. Выходная команда указывающая вперед автомобильной системы; W = -P *vc
L = V +W = V- P *vc	Вектор проскальзывания, скорость пятна контакта относительно дороги
Lt	Касательный к пути компонент L = v – vc * cos(α)
Ln	Перпендикулярный к пути компонент L = v – vc * sin(α)
l	Скорость проскальзывания – модуль L

Q = L/l	Единичный вектор в направлении L
μ(l)	Коэффициент сцепления, зависящий только от скорости проскальзывания
F = -Q * массу * μ(l)	Вектор силы толкающей автомобиль в направлении противоположном L
f = масса * μ(l)	Модуль F
Ft	Касательный к пути компонент F = -f * Lt/l
Fn	Перпендикулярный к пути компонент F = -f * Ln/l
FtP	Проекция Ft на систему автомобиля = Ft * cos(α)
FnP	Проекция Fn на систему автомобиля = Fn * sin(α)
Pwr	Расходуемая двигателем мощность = сумме сил компонентов вдоль P ограниченной мощностью двигателя. Максимально 181 л.с. (FtP + FnP) * vc



Используемая функция трения имеет форму μ(l) = FMAX * 1/ (K+1), где FMAX и K константы



Суммируем ограничения существующей модели

- Трасса. Плоская, фиксированной ширины, нет неровностей.
- Машина. Материальная точка, нет подвески.

Планируемые улучшения:

- Трасса. Изменения высоты, изменение ширины, бордюры, бэнкинг, корона, профиль, кочки
- Машина. Четыре колеса, дискретная трансмиссия, переключение скоростей, подвеска: пружины, амортизаторы, аэродинамика.

По мере продвижения, будет полезно сохранить эти странички. Мы будем часто обращаться к ним.

Глава 17. «Медленно заходим, быстро выходим» или расширенный анализ гоночной траектории

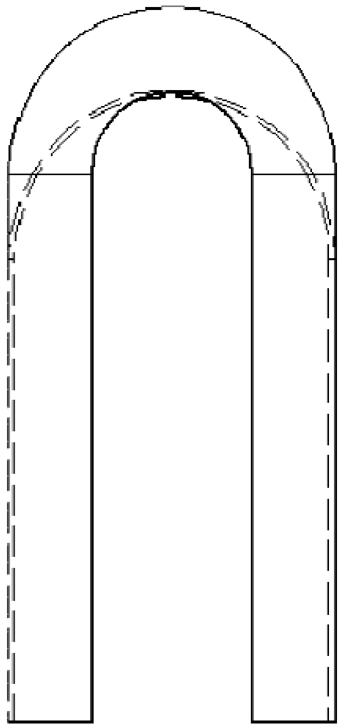
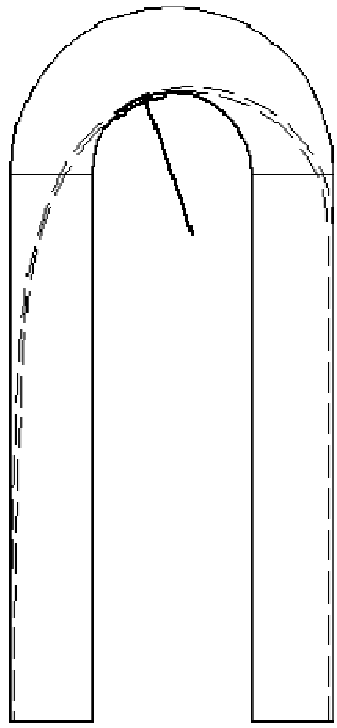
Возможно вы помните главу 5 где мы проделали некоторые простые расчеты для того чтобы показать, что классическая гоночная траектория в 90 градусном повороте лучше чем широкая 0и узкие траектории. Лучшая – означает с самым меньшим временем прохождения. В этой главе под «классической траекторией» подразумевается самая широкая траектория, вписанная в трек.

Здесь и дальше в Физике Гонок мы будем подымать планку ещё выше. Мы проведем не только расчет времени прохождения по всем траекториям в повороте, но и покажем новый вид анализа для выхода, который принимает во внимание одновременно и ускорение и возврат рулевого колеса после апекса. Этот вид анализа позволит нам найти меньшее время прохождения, потому что мы не сможем рассчитать это время напрямую. Мы применим приближенный круг сцепления из части 7 чтобы учесть ограничения физической модели машины. Мы также смоделируем более сложный сегмент трассы, чем в 5 части, который будет включать важную прямую на выходе где будет видно преимущество, получаемое при увеличении скорости выхода из поворота.

Основная цель анализа это вернутся к старой мантре «медленно входим, быстро выходим» Мы найдем самый быстрый путь через сегмент который не подразумевает самую скоростную траекторию в непосредственно в повороте. Более того, мы получим меньшее время при более медленном прохождении поворота, так что мы сможем нажать на газ раньше. Всегда заманчиво пройти собственно поворот на большей скорости, но часто это не дает выгоды в контексте прохождения остальной трассы.

Этот анализ достаточно длинный и займет две части книги. В первой части, мы проведем расчет базовой траектории, которая представляет собой реальную траекторию, по которой мы будем двигаться до апекса и расчет макетной траектории после апекса. В следующей главе мы улучшим макетной траекторию путем учета ускорения и возврата руля.

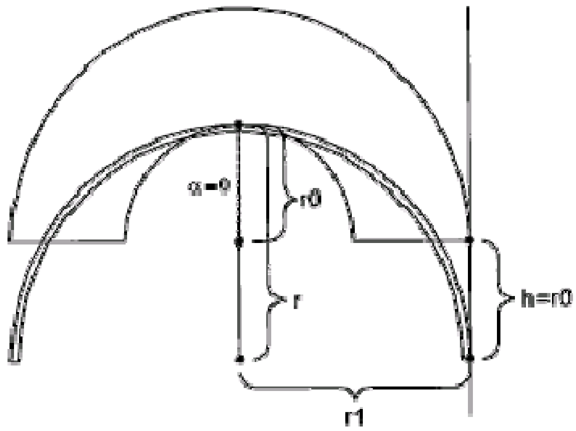
Давайте рассмотрим сегмент трека. Представим входную прямую длинной 200 метров, соединенную с 180 градусным левым поворотом с внешним радиусом 60 метров и внутренним радиусом 30 метров, в свою очередь соединенным на выходе с 200 метровой выходной прямой. На следующей схеме мы показали сегмент дважды с двумя различными траекториями. Траектория слева наиболее широкая с самым большим радиусом и тем самым обеспечивающая самое скоростное прохождение поворота. На схеме справа показана траектория с самым быстрым временем прохождения. Хотя скорость в повороте на ней ниже чем на траектории слева, она включает в себя более длинный отрезок ускорения по прямой и ускорения на выходе из поворота, что и дает быстрейшее время.

	
Траектория с самым скоростным прохождением поворота	Траектория с самым быстрым прохождением отрезка

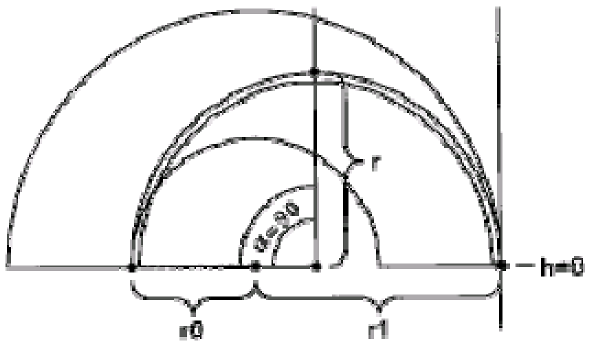
Отметим, что обе линии начинаются с самой правой точки вхождения в поворот. Это особенность всех поворотов, которые мы будем анализировать. Траектории с началом не в противоположном краю от поворота могут быть возможны при другом стечении обстоятельств, например при обгоне. Тем не менее, мы фокусируемся здесь на такой траектории как на наиболее очевидном способе уменьшить время. Также, мы игнорируем ширину машины, работая с двухколесной траекторией. Если бы мы учли ширину машины, мы бы получили тот же окончательный результат с внешним радиусом 60 без ~0.6 метра и внутренним радиусом 30 плюс ~0.6 метра.

Сначала мы рассчитаем точное время на трассе: входная прямая, торможение, прохождение поворота до апекса. Для того чтобы иметь траекторию для сравнения мы также сделаем расчет неоптимальной на выходе траектории которая будет включать в себя прохождение поворота без возврата руля и выход из поворота где то по центру трассы. В следующей главе Физики Гонок мы сравним траектории с более усложненным выходом, включающим одновременно ускорение и возврат руля для того чтобы использовать всю ширину трассы на выходе.

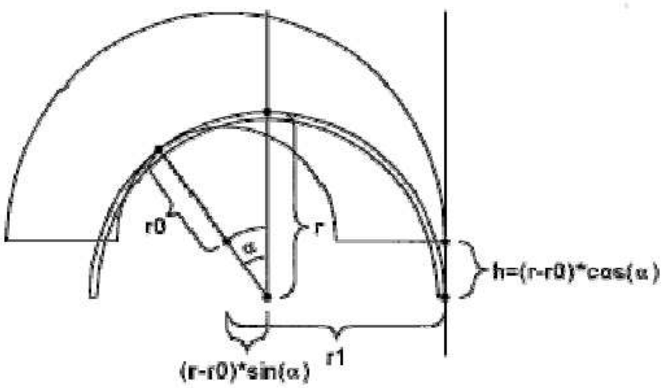
Предположим, что мы начинаем сегмент в правой части прямой на скорости 160 км/ч. Нам необходимо общее время прохождения поворота между двумя крайними траекториями. Большая крайняя траектория имеет радиус 60 метров, что соответствует внешнему радиусу трека. Должно быть, очевидно, что невозможно ехать по окружности с радиусом большим, чем 60 метров и при этом оставаться на трассе. Изобразим этот крайний случай на схеме:



Введем несколько параметров, которые пригодятся в дальнейшем. Первое, назовем внешний радиус трека r1, очевидно, что он составляет 60 метров. Представляя его символом, мы делаем возможным изменить его численное значение в нужный момент. Подобно, назовем внутренний радиус трека r0, сейчас он равен 30 метрам. Обозначим символом r вписанную окружность, по которой мы хотим пройти поворот. В этом предельном случае r будет равна r1, 60 метрам. В другом крайнем случае с самым узким вписанным кругом r будет 45 метров, как показано на схеме.



Рассмотрим следующий рисунок показыващий что это такое h и α:



General Case, Including the Intermediate Case:
Line with Lowest Overall Time

h показывает точку где мы должны закончить торможение. Более точно h это расстояние точки поворачивания за геометрическим началом поворота. Её величина это (r – r0)cos α. α это угол между геометрической вершиной, где вписанный круг (траектория) касается внутреннего края поворота и центром траектории. Мы видим две величины для горизонтального расстояния между центрами вписанного круга и внутренней кромкой, чья величина (r-r0)sin α b r1-r. Это равенство позволяет нам составить уравнение для расчета α.

$$\alpha = sin^{-1}\left(\frac{r1 - r}{r - r0}\right)$$

Следующая таблица показывает величины h и alpha для некотороги числа вписанных радиусов (отметим что меняя r0 и r1 мы получим гораздо большую таблицу значений). Пока попробуем менять только r/

Вписанный радиус, м	α, градусы	h, м.
45	90.0	0.0
46.0	73.9	4.3
46.3	67.4	6.1
46.6	62.5	7.5
46.9	58.4	8.6
47.2	54.9	9.6
48.8	41.8	13.6
50.3	32.6	16.7
51.8	25.4	19.3
53.3	19.5	21.6
54.9	14.5	23.6
56.4	10.2	25.5
57.9	6.4	27.3
59.4	3.0	28.9
60.0	0.0	30.5

Есть пара интересных вещей которые можно отметить в этой таблице. Во первых она согласуется с очевидными величинами h=0, α=90 и h=30.5, α = 0 когда r = 45 м и r1 = 60м. Это неплохая проверка на очевидные ошибки. Во вторых, изменения происходят очень быстро с изменением радиуса поворота, и этот факт это главная особенность гоночной траектории. ***Пилотируя по траектории всего на 0,3 м больше радиусом можно попасть на апекс на 15 градусов позднее!***

У нас есть информация необходимая для расчета времени прохождения до апекса и после. Сначала давайте посчитаем скорость в повороте предполагая что наша машина может достигать бокового ускорения в 1g = 9,8 м/с^2 = V^2/r, получается $v = \sqrt{gr}$

Теперь когда, у нас есть максимальная скорость прохождения поворотов мы можем рассчитать какое расстояние нам потребуется для того чтобы затормозить со 160 км/ч. Давайте предположим что наша машина может тормозить с замедлением 1g. Также мы знаем, что торможение вызывает небольшое уменьшение скорости через небольшой отрезок времени. Точней dv/dt = g. Тем не менее, нам необходимо знать ка будет меняться скорость в зависимости от расстояния, а не от времени. Напомним что dx/dt = v, dt = dx/v, так мы можем получить dx = vdv/g. Те из вас кто помнит дифференциальное и интегральное исчисление тут же увидят что $\Delta x = \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_2^2)$ это необходимая формула для определения расстояния. В любой момент тормозной путь будет меняться как квадрат скорости, то есть как кинетическая энергия, что собственно интуитивно понятно. Тем не менее, есть множитель 2 который легко забыть (он берется из расчетов предельных уравнений типа (v+dv)^2≈v^2+2vdv).

Далее мы получим тормозной путь на входной прямой и также получим h, которые дадут нам расстояние, до которого мы сможем ехать 160км/ч перед торможением. Теперь нам нужно время, необходимое для торможения. Его посчитать просто: $\Delta t = \Delta v/g$. Остальные времена также просто рассчитать, так мы получим времена прохождения для различных траекторий прохождения поворота и различных апексов.

Вписанный радиус	Скорость прохождения поворота	Тормозной путь со 160км/ч	Расстояние по прямой до точки торможения	Время на прямой	Время на торможение	Время на прохождение поворота до апекса	Общее время прохождения трассы до апекса
м	км/ч	м	м	сек	сек	сек	сек
45	75.6	78.18	121.82	2.74	2.39	6.73	11.86
46.3	76.7	77.53	116.37	2.62	2.36	5.97	10.94
46.9	77.2	77.23	114.17	2.57	2.34	5.66	10.58
47.2	77.5	77.08	113.32	2.55	2.34	5.55	10.43
48.8	78.8	76.28	110.12	2.48	2.30	5.13	9.91
51.8	81.2	74.78	105.92	2.38	2.23	4.63	9.24
54.9	83.5	73.23	103.17	2.32	2.16	4.31	8.80
57.9	85.8	71.73	100.97	2.27	2.10	4.09	8.46
61	88.1	70.18	99.32	2.23	2.04	3.92	8.19

На первый взгляд, кажется, что самая широкая траектория намного быстрей, но мы должны понимать, что эти времена включают только путь до апекса, и время будет намного меньше для самой широкой траектории, где α=0. Предположим, что мы будем выходить из поворота на постоянной скорости и затем ускоримся к выходу из поворота на 0.5g. Это макетная траектория. В реальности мы не будем ехать по этой траектории, но нам это необходимо для получения времени прохождения отрезка. Очень просто посчитать оставшиеся неизвестные и составить следующую табличку:

Вписанный радиус	Общее время прохождения трассы до апекса	Длина дуги, выхода из поворота после апекса	Время в повороте после апекса	Время на вход и прохождение поворота	Скорость на выходе с прямой	Время на выходной прямой	Общее время прохождения сегмента
м	сек	м	сек	сек	км/ч	сек	сек
45	11.86	0.00	0.00	11.86	174.55	5.67	17.528
46.3	10.94	18.26	0.86	11.80	172.57	5.528	17.329
46.9	10.58	25.87	1.21	11.78	171.88	5.46	17.242
47.2	10.43	28.91	1.34	11.78	171.62	5.43	17.208
48.8	9.91	41.05	1.88	11.78	170.72	5.308	17.093
51.8	9.24	58.40	2.59	11.83	169.76	5.116	16.951
54.9	8.80	72.34	3.12	11.92	169.29	4.955	16.873
57.9	8.46	84.48	3.54	12.01	169.07	4.813	16.818
61	8.19	95.82	3.92	12.11	169.00	4.682	16.787

Итак, мы видим что на выходной траектории самая широкая траектория будет самой медленной, но в общем по сегменту она будет самой быстрой. Самая широкая траектория будет иметь меньшее время прохождения:

- На входной прямой на полсекунды, потому что h будет больше и входная прямая будет короче для более широкой траектории
- На торможении на три десятых, потому что скорость прохождения поворота будет больше и потребуется меньшее по длительности торможение.
- На выходной прямой почти на секунду, опять потому что h большое и соответственно выходная прямая короче.

Самая широкая траектория имеет время хуже почти на секунду в повороте, поскольку траектория по окружности будет длинней. Когда мы сложим все составляющие, получится, что самая широкая траектория на 0.8 секунды быстрее, чем самая узкая, только за счет времени прохождения входных и выходных прямых. Напомним снова, что шаблонная траектория это не настоящая траектория выхода из поворота, но мы можем улучшить этот момент расчета. Всё что мы сделаем, это улучшим расчет части поворота после апекса и выходной прямой. Теперь у нас шаблонной траекторией будет траектория до апекса. Так, с этого момента нам необходима только вторая колонка последней таблицы, где мы видим почти трехсекундный разброс между самой медленной и самой быстрой траекторией и далее многое можно будет улучшить за счет учета ускорения и возврата руля на выходе из поворота.

Глава 18: «Медленно заходим, быстро выходим!» или расширенный анализ гоночной траектории, продолжение.

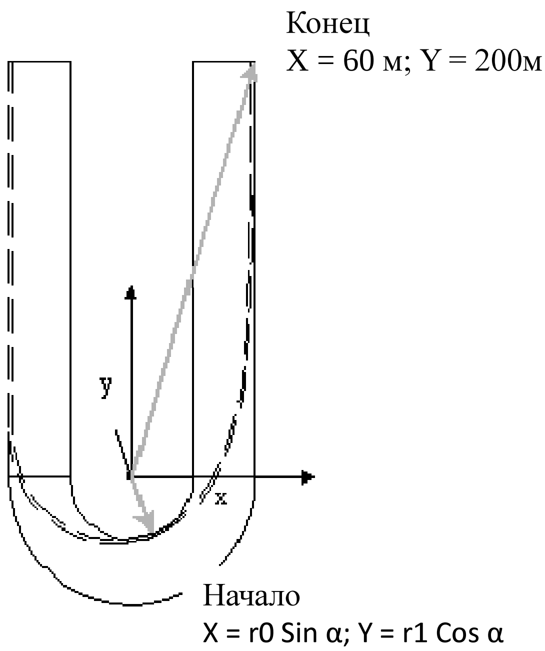
В предыдущей главе мы сделали точные расчеты для шаблонной траектории для 200 метровой входной прямой, 180 градусного левого поворота и 200 метровой выходной прямой. Радиус траектории меняется от 45 до 60 метров. Ширина дороги везде взята 30 метров. Рассчитанная шаблонная траектория предполагает постоянную скорость на протяжении всего поворота. Мы проделали эти расчеты для того чтобы получить времена для сравнения с более сложными расчетами из этой главы, в которой мы введем одновременные возврат руля и ускорение. Функция прохождения отрезка трассы в зависимости от радиуса траектории находятся в таблице в колонках со второй до последней.

Вписанный радиус	Общее время прохождения трассы до апекса	Длина дуги, выхода из поворота после апекса	Время в повороте после апекса	Время на вход и прохождение поворота	Скорость на выходе с прямой	Время на выходной прямой	Общее время прохождения сегмента
м	сек	м	сек	сек	км/ч	сек	сек
45	11.86	0.00	0.00	11.86	174.55	5.67	17.528
46.3	10.94	18.26	0.86	11.80	172.57	5.528	17.329
46.9	10.58	25.87	1.21	11.78	171.88	5.46	17.242
47.2	10.43	28.91	1.34	11.78	171.62	5.43	17.208
48.8	9.91	41.05	1.88	11.78	170.72	5.308	17.093
51.8	9.24	58.40	2.59	11.83	169.76	5.116	16.951
54.9	8.80	72.34	3.12	11.92	169.29	4.955	16.873
57.9	8.46	84.48	3.54	12.01	169.07	4.813	16.818
61	8.19	95.82	3.92	12.11	169.00	4.682	16.787

До сих пор в этой таблице мы смотрели только на последнюю колонку. Некоторые читатели могут воскликнуть, что если нажать на газ раньше апекса можно выиграть даже больше времени. Другие закричать «тормози в повороте!», это отжатие тормоза одновременно с поворотом рулевого колеса (спасибо читателю Марку Сибилиа который указал мне на это). Пока мы оставим эти улучшения на потом.

Подход, использованный в этой главе это нахождение траектории шаг за шагом, с учетом круга сцепления и краев трассы. Это одна из техник, которую мы можем использовать в компьютерном моделировании, поэтому мы убьём двух зайцев одним выстрелом: исследуем моделирование и проанализируем определенные траектории. Для удобства, мы будем использовать Декартову систему координат, которая представляет собой квадратную сетку. Давайте вернемся к трассе.

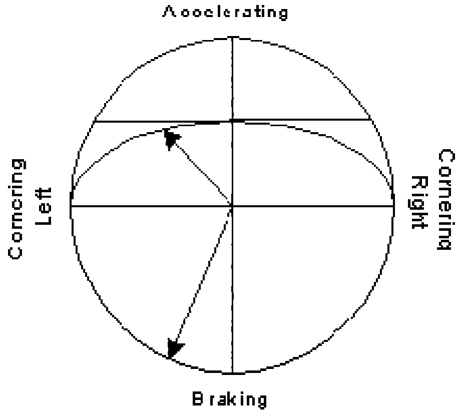
Мы будем проводить анализ измерением позиции центра масс и носа автомобиля по отношению к новой координатной системе. У нас есть цель добраться в точку x = 60, y = 200 м, за наименьшее возможное время, с направлением настолько близким к 90 градусам насколько это возможно, то есть направлением вдоль прямой. Мы начнем от апекса, с координатами x = r0 sinα, y = r1 cosα. Это показано на следующей схеме:



Я должен отметить, что как вы могли заметить, эта глава Физики Гонок более подробна, и усложнена чем предыдущая. Я просто собираюсь выдать факты без обычного подробного объяснения. Причин здесь две: в первых придется очень много объяснять и при этом сохранить маленький объем статьи и во вторых, полагаю, что если вы до сих пор читаете Физику Гонок, у вас есть достаточно желания и упорства чтобы проделать это самим. Итак, давайте начнем.

Начальное направление это тангенс внутренней кромки трека, то есть перпендикуляр к линии от центра радиуса к кромке трека (апексу). Есть угол α отклонения от горизонтальной оси x. Мы знаем начальную скорость, v0, то есть мы знаем составляющие по направлениями x и y: $v0_x = v0 \cos \alpha$, $v0_y = v0 \sin \alpha$.

Мы смоделируем маневр, таким образом, чтобы не выходить за пределы круга сцепления. Возьмем этот предел как 1g для поворотов и торможения и 0.5g для ускорения, с плавными переходами из одного в другое, как на следующей схеме (верхняя часть связана с ограничением мощности двигателя, а не с плавными переходами, что позволит нам ускорятся сильней с повернутым рулем. Также отметим, что 0,5g достаточно реальная величина, если рассматривать ускорение. Оставлю читателю рассчитать, что ускорение 0.5g позволит показать время на 402м 13 секунд, правда с нереалистичной скоростью выхода 240км/ч).



The Traction Circle

На каждом шаге расчетов мы будем фиксировать следующую информацию:

1. Время, t
2. Текущее положение, x(t), y(t), которые мы будем проверять, чтобы убедится, что машина всё ещё на трассе (x<60) и машина ещё не на финише (y>200);
3. Текущую скорость, $v_x(t)$, $v_y(t)$, которые мы будем использовать для обновления текущего положения $x(t+\Delta t) = x(t) + v(t)^* \Delta t$, и подобно для y
4. Касательное и радиальное ускорение $a_t(t)$, $a_r(t)$, которое представляет собой касательное и радиальное к небольшому отрезку траектории в каждый момент времени, которые мы будем проверять для того чтобы убедиться что запас сцепления не превышен и не превышена мощность двигателя, то есть что $\sqrt{a_t^2 + a_r^2}$ внутри круга сцепления.
5. Ускорение в направлениях x и y, $a_x(t)$, $a_y(t)$, которые мы будем использовать для обновления текущей скорости: $v_x(t+\Delta t) = v_x(t) + a_x(t)\,\Delta t$, и подобно для v_y.

Мы запустим модель с нарастанием ускорения линейно за промежуток времени k, и одновременным увеличением мгновенного радиуса траектории через небольшой промежуток времени kunwind. Нажатие на газ позволит нам увеличить касательное ускорение at на каждом шаге и выпрямление руля позволит нам уменьшить радиальное ускорение ar, так чтобы мы остались внутри круга сцепления. Поскольку у нас будет центростремительная сила доступная даже при полностью нажатой педали газа, у нас будет возможность возвращать руль немного медленнее, что позволит нам оставаться на трассе, и это надо использовать по полной. Другими словами, мы должны искать решения, когда ku хотябы в два раза больше k.

Давайте посмотрим на первые несколько столбцов модели в таблице и изучим формулы, с помощью которых они получены глубже.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t	a(t) (м/с2)	v2/r (м/с2)	a(t) (м/с2)	r(t) (м)	ax(t) (м)	ay(t) (м/с2)	x(t) (м)	y(t) (м)	vx(t) (км/ч)	vy(t) (км/ч)	v (км/ч)
0	0.00	9.75	9.75	49	-6.50	7.27	20.3	-22.7	59	52	79
0.2	0.39	9.72	9.23	52	-6.46	6.60	23.4	-19.6	54	57	79
0.4	0.78	9.63	8.70	56	-6.33	6.02	26.2	-16.3	49	62	79

0.6	1.17	9.47	8.17	60	-6.11	5.54	28.8	-12.7	45	66	80
0.8	1.56	9.24	7.64	66	-5.84	5.17	31.2	-8.9	40	70	81
0.9	1.76	9.10	7.38	69	-5.69	5.02	32.2	-6.9	38	72	81
1	1.95	8.94	7.12	73	-5.53	4.89	33.3	-4.9	36	74	82

[Ряд 1]: приращение Δt на каждом ряде; на самом деле мы рассчитали всё с шагом Δt =0,05 сек, но показали здесь только каждую четвертую строку. Это независимая колонка, что означает, что она не зависит ни от одной другой колонки в этой таблице.

[Ряд 2]: касательное ускорение

$$a_t(t) = \frac{g}{2}\min\left(1, \frac{t}{k}\right),$$

Учитывает нажатие на педаль газа до ускорения 0,5g, и зависит от ряда 1.

[Ряд 3]: максимальное радиальное ускорение

$$v(t)^2/r(t) = \sqrt{g^2 - 4a_t(t)^2},$$

Учитывает круг сцепления. Если точней, для верхней половины круга ограничивается плоской вершиной эллипса с высотой 0.5g. Зависит только от колонки 2.

[ряд 4): радиальное ускорение

$$a_r(t) = \max\left(0, \min\left(\frac{v(t)^2}{r(t)}, g\left(1 - \frac{t}{k_{\text{unwind}}}\right)\right)\right),$$

Учитывает возврат руля. Изменяется пошагово от внутреннего предела:g(1 - t / ku). Медленно увеличивается с увеличением времени, но никогда не превышает v2/r. Минимум следует кругу сцепления и никогда не бывает отрицательным, потому что мы не хотим поворачивать к входной прямой. Зависит от рядов 1 и 3.

[ряд 5]:

$$r(t) = v(t)^2/a_r(t);$$

Рассчитано просто для интереса. Интересно посчитать мгновенный радиус круга, по которому бы мы ехали если бы не ускорялись по касательной. Зависит от рядов 4 и 12, но никакие другие ряды не зависят от этого ряда.

[Ряд 6]:

$$a_x(t) = \min\left(0, \frac{a_t v_x - a_r v_y}{v}\right),$$

Здесь просто считается x компонента радиального и касательного ускорений, но нужно убедиться, что мы никогда не поворачиваем рулевое колесо настолько, чтобы ехать влево. Отметим, что радиальное ускорение всегда пытается толкать автомобиль влево, по причине отрицательного знака (центростремительно, смотрите главу 4 Физики Гонок); зависит от рядов 2, 4, 10, 11 и 12.

[Ряд 7]:

$$a_y(t) = \min\left(0, \frac{a_t v_y + a_r v_x}{v}\right),$$

Выбор y компоненты. Указывает всегда вдоль трассы в ту сторону которую нам необходимо ехать; зависит от рядов 2,4,10,11 и 12

[Ряд 8]:

$$x(t) = x(t - \Delta t) + v_x(t)\Delta t,$$

Обновляется x координата по скорости на предыдущем шаге; зависит от рядов 8 (предыдущая строка) и 10.

[Ряд 9]:

$$y(t) = y(t - \Delta t) + v_y(t)\Delta t,$$

Делает тоже для y координаты; зависит от рядов 9 (предыдущая строка) и 11.

[Ряд 10]:

$$v_x(t) = \max(0, v_x(t - \Delta t) + a_x(t - \Delta t)\Delta t),$$

Обновляется компонента скорости по x(не может быть отрицательной); зависит от ряда 10 (предыдущая строка) и 6

[Ряд 11]:

$$v_y(t) = v_y(t - \Delta t) + a_y(t - \Delta t)\Delta t,$$

Тоже самое для y компоненты скорости по y; зависит от рядов 11 и 7.

[Ряд 12] Наконец,

$$v = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2},$$

Зависит от рядов 10 и 11.

Я заполнил лист Excel. Этот документ должен быть доступен для загрузки для читателей, которые читают электронную версию этой книги [ссылка нерабочая, прим. перев.].

Достаточно разговоров! Давайте моделировать! Это означает играть с величинами r,k и ku, и возможно даже Δt , для того чтобы найти наименьшее время прохождения при которых в рядах 8 и 9 будут величины 60 или меньше и 200 или больше соответственно. В целом, «играть с» должно быть более сложным процессом включающим поиск максимума, генетический поиск, метод имитации и другие забавные способы нахождения лучших величин. В компьютерной модели мы этого не будем делать. Тем не менее, мы можем добиться хороших результатов, просто записывая числа на листке.

Я вынужден признать, что я так и делал. Использовал интуицию, как если бы я реально был за рулем. Когда я выезжал за пределы трека, и получал цифры x>60, я стискивал зубы и краснел. Когда я всё ещё возвращал руль на финише, я чувствовал недостаточную поварачиваемость, зная, что в реальности трасса не окончится в конце сегмента.

Лучшие параметры, которые я нашел, показаны в следующей таблице.

r	k	ku	Лучшее время	Шаблонное время	Шаблонное лучшее	Лучшее найденное итоговое время
47.2	1.5	2	6.5	6.779	0.279	16.901
48.8	2.5	3.7	6.875	7.189	0.314	16.747
50.3	3	5.95	7.05	7.482	0.432	16.55
51.1	3.25	7.22	7.12	7.605	0.485	16.466
51.8	3.5	8.55	7.225	7.716	0.491	16.433
53.3	4	11.17	7.4	7.912	0.512	16.367
54.9	4.5	13.33	7.575	8.082	0.507	16.337
56.4	5	30	7.7	8.233	0.533	16.282

С радиусом 51.1, k = 3.25 и kunwind = 7.22. Это означает, что нажатие на газ займет 3.25 секунды и 7.22 секунды займет возврат руля. Есть решения с более низкими временами, но поскольку в них нам придется возвращать руль уже после сегмента, я отверг эти решения, не зная что находится за пределами нашего сегмента. Если бы был больший отрезок трассы мы бы смогли найти намного лучшие времена. Несколько удивляет что затрачивая 9 секунд на возврат руля при r = 167.5, k = 3.25, мы почти не потеряем врея и останемся на 5 метров левей внешней кромки. Даже на такой простой модели можно узнать многое.

Поскольку лучшее шаблонное время по широчайшему радиусу 16,760 а лучшее время, которое я нашел 16,466, улучшение которое мы получили одновременным ускорением и возвратом руля 0,294 секунды. Это очень значительно. Если бы прямая на выходе была длиннее, разница во времени была бы ещё больше.

Отметим что здесь не учитываются улучшения которые возможны на входе в поворот (не просто замедление)! Здесь не учитывается торможение в повороте, или другие рискованные методы входа. Это важный урок: для того чтобы ехать быстрее необязательно рисковать на входе в поворот. Фактически более безопасно и более быстро замедлится на входе. Улучшения на выходе будут зависеть от комбинации предполагаемой траектории и плавности движений.

Нет гарантий, что это лучшее возможное улучшение модели. Я нашел эти цифры ручным поиском значений. Более систематичный и алгоритмичный поиск, вероятно, даст лучшие результаты. Другими словами, я смог найти почти три десятые просто пилотируя по лучшей траектории, но не слишком сильно стараясь для поиска этой траектории. Это другой важный урок: просто пилотируя по лучшей траектории можно улучшить время без дополнительного риска, то есть, не приближаясь к пределу машины.

На будущее, мы можем начать говорить больше о рисках, позволяющих улучшить время. Мы можем рисковать, начав разгонятся до апекса, мы можем рисковать, тормозя в повороте. Эти маневры добавляют риска, поскольку повышают шансы не справится с машиной.

Описка: в главе 17 я написал «пилотируя всего на 0.3 метра шире чем минимум, возможно попасть на апекс на 15 градусов позже». Здесь должно быть «… пятнадцать градусов раньше!». Смысл здесь в том, что самая узкая траектория не имеет апекса, пока геометрически не достигнет выхода из поворота, что будет очень поздно. Описка появилась, поскольку мы привыкли говорить, что поздний апекс предпочтительней.